

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8 Mai 1945 Guelma



Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Civil et Hydraulique

THÈSE

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE
DOCTORAT EN SCIENCES

Filière : Génie Civil

Présentée par

Mekki Ferial

Intitulée

Etude du comportement du sol environnant un ancrage

Soutenue le : 01/04/2021

Devant le Jury composé de :

Mr Belabed Lazhar	Professeur	Univ. de Guelma	Président
Mr Meksaouine Mohamed	Professeur	Univ. d'Annaba	Rapporteur
Mr Messast Salah	Professeur	Univ. de Skikda	Examineur
Mr Lafifi Brahim	Maitre de Conf/A	Univ. de Guelma	Examineur

Année Universitaire : 2020/2021

Dédicace

Je dédie cette thèse,

A mon adoré et regretté père, lourde est ma peine, profonde est mon émotion, Ô PAPPY de te voir absent !, ton âme plane, imposante chargée d'affection, de joie intérieure, toi qui m'as légué la rigueur, la vigueur, le courage, l'enthousiasme des choses bien faites. Quel bel héritage ! Je te reporte cet honneur. Sois béni, je te dois tout, je veillerai religieusement à suivre tes sages conseils qui m'accompagneront jour après jour, repose en paix ;

A ma mère, à mes sœurs, Moufida, Zineb et Selma qui me tiennent par la main et par le cœur, qui me témoignent à tout instant leur don de soi, je leur suis le maillon de la chaîne qui nous unit ;

A mes enfants adorés, Mohamed Ali, Mehdi et Lina ;

A mes chers petits neveux et nièces ;

Aux respectables et respectueux époux de mes sœurs, Sebibi Abdelouaheb, Metallaoui Adel, Guidoum Mohamed Lamine ;

A mon oncle maternel Harbi M'Hamed que je vénère pour les valeurs humaines qu'il porte et qu'il sème à tout un chacun avec un enthousiasme inégalable et une foi inaltérable au service de la connaissance ;

Pensées passionnées à mes proches paternels et maternels, les familles MEKKI et HARBI, ceux qui sont parmi nous et ceux qui ont rejoint l'Éternel pour un monde meilleur.

Remerciements

Je remercie en premier lieu, Dieu le Tout Puissant pour tout.

*En second lieu, je tiens à adresser mes chaleureux et sincères remerciements à mon Directeur de thèse Monsieur **Meksaouine Mohamed** Professeur à l'Université Badji Mokhtar d'Annaba pour qui je suis énormément reconnaissante de m'avoir confié ce travail de recherche.*

C'est grâce à son aide, ses précieux conseils, ses orientations, sa patience que mon travail a abouti. Il m'a tout au long de cette thèse guidée et accompagnée avec une écoute et une attention particulières.

Mes vifs et sincères remerciements vont également aux membres du jury :

- ***Monsieur Belabed Lazhar** Professeur à l'Université 08 Mai 1945 de Guelma.*
- ***Monsieur Messast Salah** Professeur à l'Université 20 Août 1955 de Skikda.*
- ***Monsieur Lafifi Brahim** Maître de conférence à l'Université 08 Mai 1945 de Guelma.*

pour l'intérêt qu'ils ont porté à ma recherche en acceptant d'examiner mon travail et de l'enrichir par leurs propositions.

A toutes celles et tous ceux qui de près ou de loin, par une belle parole, un geste, un encouragement m'ont aidée, toujours soutenue et encouragée à réaliser cette thèse.

Merci à tous et à toutes.

Mekki Ferial



Résumé

Au cours des dernières décennies, l'utilisation des tirants d'ancrage est devenue de plus en plus courante dans beaucoup de structures de génie civil. Ils sont employés souvent pour résister aux forces de traction. Ils peuvent être placés verticalement ou dans une position inclinée à savoir l'orientation des charges et le type de structure.

La principale préoccupation dans la conception et le dimensionnement des tirants d'ancrage est la détermination de la charge limite qu'ils peuvent supporter pour assurer la stabilité et limiter les déplacements des ouvrages géotechniques.

Le travail présenté dans cette thèse constitue une contribution à l'étude du comportement d'un tirant d'ancrage isolé et incliné placé dans un sol homogène et isotrope (sol pulvérulent) soumis à un chargement statique axiale. Son objectif est la détermination du mécanisme de rupture qui se matérialise autour de ce dispositif, l'évaluation de la charge limite et l'examen de l'effet de son inclinaison, de l'angle de frottement interne du sol et de la pente du talus sur la charge de rupture.

L'étude est effectuée à l'aide d'une approche théorique, celle de l'analyse limite avec l'utilisation de son théorème cinématique dans le cas du critère de MOHR-COULOMB et la règle d'écoulement associée en tenant compte de la mobilisation du sol en butée en réaction au chargement.

Mots clés : analyse limite, approche cinématique, géotechnique, sol pulvérulent, tirants d'ancrage.



Abstract

In recent decades, the use of ground anchors has become increasingly common in many civil engineering structures. They are often used to resist tensile forces. They can be placed vertically or in an inclined position, namely the orientation of the loads and the type of structure.

The main concern in the design and dimensioning of the ground anchors is the determination of the ultimate load they can support to prevent rupture of the anchored structures and to ensure its stability with a high security level.

The work presented in this thesis constitutes a contribution to the study of the behavior of an isolated and inclined ground anchor placed in a homogeneous and isotropic soil (non-cohesive soil) subjected to an axial static loading. Its objective is the determination of the mechanism of rupture which materializes around this device, the evaluation of the limit load and the examination of the effect of its inclination, the internal friction angle of the ground and the angle of the slope on the collapse load.

The study is carried out using a theoretical approach, that of the limit analysis with the use of its kinematic theorem in the case of the MOHR-COULOMB criterion and the associated flow rule taking into account the mobilization of the ground in abutment in reaction to the loading.

Keys words: limit analysis, kinematics approach, geotechnics, non-cohesive soil, ground anchors.



ملخص

في العقود الأخيرة، أصبح استخدام أقباب التثبيت شائعًا بشكل متزايد في العديد من هياكل الهندسة المدنية. وكثيرا ما تستخدم لمقاومة قوى الشد. يمكن وضعها عمودياً أو في وضع مائل، حسب اتجاه الأحمال ونوع الهيكل.

يتمثل الشاغل الرئيسي في تصميم أقباب التثبيت في تحديد القوة القصوى الذي يمكنهم تحملها لضمان الاستقرار والحد من حركة المنشآت الجيوتقنية .

يشكل العمل المقدم في هذه الأطروحة مساهمة في دراسة سلوك قضيب التثبيت المعزول والمائل الموضوع في تربة متجانسة ومتماثلة (تربة رملية) تخضع لتحميل ثابت محوري ، ويتمثل هدفها في تحديد آلية تشوه التربة حول هذا الجهاز ، وتقييم الحمل الأقصى وفحص تأثير ميله ، زاوية الاحتكاك الداخلي للتربة وزاوية ميل المنحدر على القوة القصوى.

يتم اجراء الدراسة با ستخدام المنهج النظري المتمثل في نظرية التحليل الاقصى ، باستخدام نظرية الحركية في حالة معيار مور كولون و قانون التدفق المرتبط ، مع مراعاة حشد التربة استجابة لشد.

كلمات المفتاحية : التحليل الأقصى ، النظرية الحركية ، جيوتكنيك، تربة رملية ، أقباب التثبيت.



Sommaire

Dédicace.....	I
Remerciements.....	II
Résumé.....	III
Abstract.....	IV
ملخص.....	V
Sommaire.....	VI
Liste des figures.....	X
Liste des tableaux.....	XVI
Notations et abréviations.....	XVII
Introduction générale.....	1

Chapitre 1 : Etude bibliographique

1.1	Introduction.....	3
1.2	Historique	3
1.3	Définition et composants des tirants d'ancrages.....	4
1.4	Domaines d'application des tirants d'ancrage	5
1.5	Conception et choix du type des tirants d'ancrage.....	6
1.6	Classification des tirants d'ancrages.....	6
1.6.1	Classification en fonction de la nature du terrain	6
1.6.2	Classification en fonction du mode de fonctionnement.....	6
1.6.2.1	Ancrages actifs ou précontraints.....	6
1.6.2.2	Ancrages passifs.....	6
1.6.3	Classification en fonction du mode de transfert de charge	6
1.6.3.1	Les tirants d'ancrages droits	7
1.6.3.2	Les tirants d'ancrages à basse pressions.....	7



1.6.3.3	Les tirants d’ancrages à hautes pressions	7
1.6.3.4	Les tirants d’ancrages cloches.....	7
1.6.4	Classification en fonction de la durée d’utilisation.....	8
1.6.4.1	Ancrages provisoires (temporaires).....	8
1.6.4.2	Ancrages définitifs (permanant).....	8
1.6.4.3	Les tirants d’ancrage d’essais.....	8
1.6.4.4	Les tirants d’ancrage de contrôle.....	8
1.6.5	Classification en fonction de la nature des armatures	8
1.6.5.1	Les tirants d’ancrage à armatures métalliques	8
1.6.5.2	Les tirants d’ancrage à armatures non métalliques	8
1.7	Mise en œuvre du tirant d’ancrage.....	8
1.8	Contrôle des tirants d’ancrages.....	9
1.8.1	L’essai à la rupture	9
1.8.2	L’essai de contrôle	10
1.8.3	L’essai de réception.....	10
1.9	Protection des tirants d’ancrage contre la corrosion	10
1.9.1	Protection poussée	11
1.9.2	Protection limitée.....	11
1.9.3	Pas de protection spéciale.....	11
1.10	Les diverses approches utilisées pour l’analyse du comportement des tirants d’ancrage en sol frottant	11
1.10.1	Approches empiriques	11
1.10.2	Approches analytiques.....	13
1.10.3	Approches expérimentales.....	21
1.10.4	Approches numériques	36
1.11	Conclusion.....	40



Chapitre 2 : La théorie de l'analyse limite

2.1	Introduction.....	42
2.2	Généralités sur la plasticité des sols.....	42
2.2.1	Critère d'écoulement-surface de charge.....	42
2.2.2	Plasticité parfaite.....	43
2.2.3	Loi d'écoulement plastique.....	44
2.2.3.1	Introduction.....	44
2.2.3.2	Règles de normalité.....	44
2.2.3.3	Principe de travail maximal de HILL (1950).....	45
2.3	Méthode de l'analyse limite.....	46
2.3.1	Introduction.....	46
2.3.2	Théorème de la borne inférieure.....	47
2.3.3	Théorème de la borne supérieure.....	47
2.3.3.1	Méthode de la recherche de la borne supérieure.....	47
2.3.3.2	Surface de discontinuité d'un matériau de COULOMB standard.....	48
2.3.3.3	Dissipation d'énergie.....	50
2.3.4	Extension aux matériaux non-standards-Théorème de RADENKONIC (1961).....	51
2.4	Conclusion.....	51

Chapitre 3 : Application de la borne supérieure de la théorie de l'analyse limite à un tirant d'ancrage incliné soumis à un chargement statique

3.1	Introduction.....	52
3.2	Définition du problème et hypothèses de calcul.....	52
3.3	Modèle de rupture en plan du sol environnant le tirant d'ancrage incliné selon le critère de MOHR-COULOMB.....	53
3.3.1	Application sous logiciel MATHCAD	56



3.4	Modèle de rupture dans l'espace du sol environnant le tirant d'ancrage incliné selon le critère de MOHR-COULOMB.....	57
3.4.1	Application sous logiciel MATHCAD	61
3.5	Définition du facteur d'arrachement.....	62
3.6	Etude paramétrique.....	62
3.6.1	Influence de l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage (η).....	62
3.6.2	Influence de l'angle d'inclinaison du talus (θ).....	63
3.6.3	Influence de l'angle de frottement interne du sol (φ).....	64
3.7	Validation du modèle théorique avec les REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020).....	73
3.8	Conclusion.....	75
	Conclusion générale et perspectives.....	76
	Références bibliographiques.....	78

Annexes

Annexe A : Détail de calcul du modèle en plan selon le critère de MOHR-COULOMB.....	81
Annexe B : Détail de calcul du modèle en plan selon le critère de MOHR-COULOMB.....	89
Annexe C : Les résultats d'optimisation du modèle en plan en utilisant le logiciel MATHCAD.....	95
Annexe D : Les résultats d'optimisation du modèle dans l'espace en utilisant le logiciel MATHCAD.....	99



Liste des figures

Chapitre 1

Figure 1.1	Tirant d'ancrage dont l'armature est scellée directement dans le sol d'après (les règles professionnelles (TA 2020 ,2020)).....	4
Figure 1.2	Tirant précontraint dont l'armature est scellée dans une gaine elle-même scellée dans le sol d'après (les règles professionnelles (TA 2020 ,2020))....	4
Figure 1.3	Domaine d'utilisation des tirants d'ancrage (http://www.freyssinet.ch/cd_28html/chapitre_01/pdf/chapitre2.1_fr.pdf)..	5
Figure 1.4	Les différents modes de transfert de charge d'après (Juran et Elias ,1991).....	7
Figure 1.5	Les étapes de mise en œuvre des tirants d'ancrage d'après (http://lycee-cherioux.fr/Mooc/soutenements/ancrage/~gen/ancrage.publi/web/res/Schema-Tirants_content.jpg).....	9
Figure 1.6	Essai de contrôle sur un tirant d'ancrage en cours de réalisation d'après (les règles professionnelles (TA 2020 ,2020)).....	10
Figure 1.7	Forme réelle d'après (les règles professionnelles (TA 2020 ,2020)).....	12
Figure 1.8	Volume conique en sol frottant d'après (TA2020 ,2020).....	12
Figure 1.9	La distribution des contraintes de cisaillement le long de la partie scellée d'après (Hawkes et Evans ,1951).....	13
Figure 1.10	La distribution des contraintes de cisaillement le long de la partie scellée pour différentes valeurs de la constante empirique (A) d'après (Philips ,1970).....	14
Figure 1.11	Modèle analytique d'après (Fujita et al, 1978).....	15
Figure 1.12	Effet de la variation de la longueur scellée (L_b) sur la relation charge-déplacement d'après (Fujita et al. ,1978).....	16
Figure 1.13	Comparaison des résultats analytique de la charge (P_0), déplacement (δ_o) avec les valeurs mesurées d'après (Fujita et al. 1978).....	16
Figure 1.14	Evolution des contraintes de cisaillement en fonction de la longueur de scellement dans le sable dense d'après (Ostermayer	



	,1974).....	17
Figure 1.15	Limite des dimensions des grains pour l'estimation de la force d'arrachement dans les sols pulvérulents d'après (Kramer, 1978).....	18
Figure 1.16	Modèle pour le calcul de la charge de rupture d'après (Mekki et al., 2011).....	19
Figure 1.17	Mécanisme de rupture du sol devant la partie scellée d'après (Rong-Jun Zhang et al., 2012).	20
Figure 1.18	Modèle pour le calcul de la contrainte effective agissant sur la partie scellée d'après (Rong-Jun Zhang et al., 2012).....	20
Figure 1.19	Mécanisme de transfert de charge pour l'interface coulis-sol d'après (Rong-Jun Zhang et al., 2012).....	21
Figure 1.20	La distribution des contraintes le long de la partie scellée du tirant d'ancrage d'après (Muller,1966).....	21
Figure 1.21	Influence de la pression d'injection du coulis sur la charge limite des tirants d'ancrage d'après (Jorge ,1969).....	22
Figure 1.22	L'évaluation de la charge ultime en fonction de la longueur scellée des tirants d'ancrage d'après (Ostermayer ,1974).....	22
Figure 1.23	Relation entre la charge ultime du tirant d'ancrage, sa longueur scellée avec la résistance dynamique de pénétration d'après (Ostermayer, 1974).....	23
Figure 1.24	(a) Evaluation de la charge limite des tirants d'ancrage en fonction de la densité et la longueur scellée (b) L'effet du diamètre et de la longueur scellée sur les contraintes de cisaillement d'après (Ostermayer et Schelle, 1978).....	24
Figure 1.25	Distribution des efforts le long de la partie scellée dans le sable dense d'après (Ostermayer et Schelle ,1978).....	24
Figure 1.26	Distribution des contraintes de cisaillement entre le sol et l'interface du coulis le long de la partie scellée dans le sable dense d'après (Ostermayer et Schelle, 1978).....	25
Figure 1.27	Distribution à long terme des contraintes de cisaillement en fonction de la longueur scellée d'après (Ostermayer et Schelle ,1978).....	25
Figure 1.28	Schéma du dispositif d'essai d'après (Davis et Plumelle ,1979).....	26
Figure 1.29	Déplacement en tête et en pied du tirant d'ancrage au cours des paliers de chargement d'après (Davis et Plumelle ,1979).....	26



Figure 1.30	Caractéristique du sol et du tirant d’ancrage d’après (Pertrasovits, 1981)...	27
Figure 1.31	L’évaluation du déplacement en fonction de la force d’arrachement d’après (Pertrasovits, 1981).....	27
Figure 1.32	Evaluation de la charge à différents niveau de la partie scellée d’après (Pertrasovits, 1981).....	28
Figure 1.33	L’installation expérimentale pour les tirants d’ancrage peu profonds ainsi que leurs dimensions de (Sung-Chi et Chin-Ming ,2007).....	28
Figure 1.34	L’installation expérimentale pour les tirants d’ancrage profonds ainsi que leurs dimensions de (Sung-Chi et Chin-Ming ,2007).....	29
Figure 1.35	La relation entre le déplacement à la tête du tirant d’ancrage et la charge pour les tirants d’ancrage profonds et peu profonds d’après (Sung-Chi et Chin-Ming ,2007).....	29
Figure 1.36	La comparaison des charge de rupture des tirants d’ancrage profonds et ceux d’Ostermayer et Schelle en 1974 pour deux sols granulaires d’après (Sung-Chi et Chin-Ming ,2007).....	30
Figure 1.37	Les différentes couches qui constituent le sol de Limlette d’après (Huybrechts et al. ,2008).....	30
Figure 1.38	La disposition des tirants d’ancrage phase 1 (2005); Phase 2 (2006-2007); Phase 3 (2008) et la disposition de l’essai de pénétration au cône vertical et incliné d’après (Huybrechts et al.,2008).....	31
Figure 1.39	La zone sélectionnée pour l’excavation d’après (Tomboy et Huybrechts, 2008).....	32
Figure 1.40	Photo de la zone excavée dans le site expérimental de Limelette d’après (Tomboy et Huybrechts, 2008).....	33
Figure 1.41	Image représentant les dégradations de coulis dans deux types des tirants d’ancrage après excavation, (a) type IGU,(b) type IRS d’après (Tomboy et Huybrechts ,2008).....	33
Figure 1.42	Représentation du diamètre mesuré après excavation le long de la partie scellée du tirant d’ancrage type IRG incliné à 25° dans le sable d’après (Tomboy et Huybrechts ,2008).....	34
Figure 1.43	Représentation du diamètre mesuré après excavation le long de la partie scellée du tirant d’ancrage type IRG placé verticalement dans le sable d’après (Tomboy et Huybrechts ,2008).....	35
Figure 1.44	Un schéma de principe de l’essai d’après (Desai et al. ,1986).....	36



Figure 1.45	Détail des composants des tirants d’ancrage d’après (Desai et al ,1986).....	36
Figure 1.46	Détails de maillage en éléments finis (a) global,(b) le long du tirant ,(c) à travers le tirant d’après (Desai et al. ,1986).....	37
Figure 1.47	Comparaison des courbes efforts-déplacements à la tête du tirant d’ancrage d’après (Desai et al., 1986).....	38
Figure 1.48	La distribution de la charge dans l’acier le long de la partie scellée d’après (Desai et al., 1986).....	38
Figure 1.49	Le modèle numérique avec le logiciel PLAXIS 8.6 proposé par (Benamara ,2018).....	39
Figure 1.50	Le modèle numérique avec le logiciel GEO FEM proposé par (Benamara ,2018).....	39
Figure 1.51	Mécanisme de rupture obtenu avec le logiciel PLAXIS 8.6 d’après (Benamara ,2018).....	40
Figure 1.52	Mécanisme de rupture obtenu avec le logiciel GEO FEM d’après (Benamara ,2018).....	40

Chapitre 2

Figure 2.1	Représentation de la surface de charge et de la règle de normalité.....	43
Figure 2.2	Courbe contrainte-déformation pour des sols réels et idéaux.....	44
Figure 2.3	Domaine d’élasticité unidimensionnel.....	45
Figure 2.4	Zone mince de transition.....	48
Figure 2.5	Condition de glissement cinématique.....	49
Figure 2.6	Surface de discontinuité.....	50

Chapitre 3

Figure 3.1	Description du phénomène à étudier.....	53
Figure 3.2	Modèle de rupture en plan du sol environnant le tirant d’ancrage incliné ($\delta > \varphi$) selon le critère de MOHR –COULOMB.....	54
Figure 3.3	Diagramme de vitesse associée selon MOHR-COULOMB.....	54
Figure 3.4	Visualisation de la courbe $F(\beta)$ dans le plan.....	57



Figure 3.5	Modèle de rupture dans l'espace du sol environnant le tirant d'ancrage incliné ($\delta > \varphi$) selon le critère de MOHR- COULOMB.....	58
Figure 3.6	Visualisation de la courbe $F(\beta)$ dans l'espace.....	61
Figure 3.7	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage (η).....	63
Figure 3.8	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle d'inclinaison du talus (θ).....	63
Figure 3.9	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ).....	64
Figure 3.10	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (η) pour ($\theta=25^\circ$).....	65
Figure 3.11	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (η) pour ($\theta=30^\circ$).....	66
Figure 3.12	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (η) pour ($\theta=35^\circ$).....	67
Figure 3.13	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=10^\circ$).....	68
Figure 3.14	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=15^\circ$).....	69
Figure 3.15	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=20^\circ$).....	70
Figure 3.16	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=25^\circ$).....	71
Figure 3.17	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=30^\circ$).....	72
Figure 3.18	Comparaison des valeurs du facteur d'arrachement (N_γ) obtenues avec la borne supérieure de l'analyse limite et ceux des REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020).....	74
Figure 3.19	La variation du rapport (N_γ (Analyse limite)/ N_γ (TA 2020)) avec l'angle de frottement interne (φ).....	74

Annexes

Figure A.1	Modèle de rupture en plan du sol environnant le tirant d'ancrage incliné ($\delta > \varphi$) selon le critère de MOHR-OULOMB.....	82
-------------------	--	----



Figure A.2	diagramme de vitesse associée selon le critère de MOHR – COULOMB.....	82
Figure A.3	Schéma du massif (OAC).....	84
Figure A.4	Schéma du massif (DAO).....	85
Figure B.1	Modèle de rupture dans l'espace du sol environnant le tirant d'ancrage incliné ($\delta > \varphi$) selon le critère de MOHR-COULOMB.....	90
Figure B.2	Surface latérale du cylindre.....	91
Figure B.3	Surface latérale du cône.....	92
Figure C.1	Visualisation de la courbe $F(\beta)$ dans le plan.....	98
Figure D.1	Visualisation de la courbe $F(\beta)$ dans l'espace.....	101



Liste des tableaux

Chapitre 3

Tableau 3.1	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (η) pour ($\theta=25^\circ$).....	65
Tableau 3.2	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (η) pour ($\theta=30^\circ$).....	66
Tableau 3.3	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (η) pour ($\theta=35^\circ$).....	67
Tableau 3.4	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=10^\circ$).....	68
Tableau 3.5	5La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=15^\circ$).....	69
Tableau 3.6	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=20^\circ$).....	70
Tableau 3.7	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=25^\circ$).....	71
Tableau 3.8	La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=30^\circ$).....	72
Tableau 3.9	Comparaison des valeurs du facteur d'arrachement (N_γ) obtenues avec la borne supérieure de l'analyse limite et ceux des REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020).....	73



Notations principales et abréviations

Lettres grecques

φ	: Angle de frottement interne du sol.....	[°]
ρ	: Masse volumique.....	[Kg /m ³]
γ	: Poids spécifique du sol.....	[KN/m ³]
η	: Angle d'inclinaison du tirant d'ancrage.....	[°]
θ	: Angle d'inclinaison du talus.....	[°]
δ	: Angle de frottement entre le sol et le tirant d'ancrage.....	[°]
δ_0	: Déplacement à la tête d'ancrage.....	[m]
δ_u	: Variation de vitesse.....	[m/s]
σ	: Contrainte normale.....	[KN/m ²]
σ'_n	: Pression de contact moyenne au-dessus de la partie scellée.....	[KN/m ²]
τ	: Contrainte de cisaillement.....	[KN/m ²]
$\tau_{g-s}(x')$: Contrainte de cisaillement de l'interface coulis-sol.....	[KN/m ²]
$\tau_{g-s;peak}$: Contrainte de cisaillement maximale de l'interface coulis-sol.....	[KN/m ²]
$\tau_{g-s,res}$: Contrainte de cisaillement résiduelle de l'interface coulis-sol.....	[KN/m ²]
β	: Demi –angle au sommet.....	[°]
ξ_{ij}^P	: Déformation plastique.....	[-]
ξ_p	: Déformation plastique permanente.....	[-]
ξ_v	: Déformation volumique.....	[m ³]



Lettres latines

A	: Constante empirique.....	[-]
a_i	: Constante de régression.....	[-]
C	: Cohésion.....	[KN/m ²]
D	: Diamètre de la partie scellée.....	[m]
D_i	: Pourcentage du sol avec le diamètre des grains.....	[-]
d	: Diamètre du forage.....	[m]
E_{ij}	: Energie interne dissipée.....	[KN/s]
F_m	: Surface de la partie scellée.....	[m ²]
F	: Charge limite.....	[KN]
f	: Fonction de charge.....	[-]
h_m	: La hauteur du sol à la moitié de la partie scellée.....	[m]
K_0	: Coefficient des terres au repos.....	[-]
L	: Longueur totale du tirant d'ancrage.....	[m]
L_1	: Longueur scellée du tirant d'ancrage.....	[m]
L_2	: Longueur libre du tirant d'ancrage.....	[m]
L_{ij}	: Longueurs des lignes de ruptures.....	[m]
N_γ	: Facteur d'arrachement.....	[-]
N_q	: Facteur de capacité.....	[-]
n	: Facteur dépendant de la perméabilité du sol.....	[-]
P_g	: La pression d'injection du coulis.....	[KN/m ²]
R_d	: Valeur de calcul de la résistance à l'arrachement du scellement.....	[KN]
r	: Rayon de base du cône.....	[m]
S_{ij}	: Surfaces de rupture.....	[m ²]
T	: Travail du massif du sol.....	[KN.m]



U_x	: Contrainte à la distance (x) de l'extrémité de la partie scellée.....	[KN/m ²]
U_0	: Contrainte à l'extrémité de la partie scellée.....	[KN/m ²]
V_{ij}	: Vitesses relatives des massifs.....	[m/S]
W	: Poids effectif du sol.....	[KN]
W_i	: Poids du massif de sol.....	[KN]
Z	: Profondeur du sol jusqu'au-dessus de la partie scellée.....	[m]

Abréviations

- IGU : Tirant d'ancrage à injection globale et unique
- IRS : Tirant d'ancrage à injection répétitive et sélective
- SPT : Essais de pénétration standard

Introduction générale



Introduction générale

Un essor considérable a eu lieu dans le domaine d'application des ancrages et cela grâce à l'évolution technologique. Ces éléments structurels enterrés sont largement utilisés dans l'infrastructure civile moderne ; au cours de ces dernières années, leurs champs d'application se sont considérablement élargis. En fonction de leur typologie, leur performance et en fonction du travail qu'ils vont exercer pour résister aux forces de traction, les ancrages se classifient en plusieurs types : tirants d'ancrage, plaques d'ancrage, blocs d'ancrage, ancrages hélicoïdales,.....etc. Notre travail se concentre sur les tirants d'ancrage.

Les tirants d'ancrage sont utilisés depuis le 19^{ème} siècle. La première application a été réalisée par l'ingénieur français COYNE en 1930 dans le phare de la Jument en France et dans le barrage de Cheurfa en Algérie en 1934.

Ils sont utilisés dans les sols rocheux et les terrains meubles et ils forment un composant important de beaucoup de structures. Leur rôle est de résister aux forces d'arrachement, d'améliorer la stabilité et de limiter des déplacements des ouvrages géotechnique tels que : (mur de soutènement, radiers, quais portuaires palplanches, digues, pylônes, tunnels, barrage, plateformes pétrolières, parois moulées, parois berlinoises,etc.), ce qui explique que l'utilisation de ces dispositifs est devenue incontournable .

La principale préoccupation dans la conception et le dimensionnement des tirants d'ancrage est la détermination de la charge qu'ils peuvent supporter pour prévenir la rupture de la structure et assurer sa stabilité avec un niveau de sécurité élevé.

La détermination de la charge de rupture dépend de plusieurs facteurs tels que : l'orientation des tirants d'ancrage et leurs caractéristiques mécaniques (la longueur libre, la longueur scellée et son épaisseur) ; la résistance de l'acier ; les dimensions des perforations ; le mode de scellement ; les caractéristiques et la quantité du coulis d'injection ; la pression et le débit d'injection ; le type du sol et ses caractéristiques : (angle de frottement, cohésion,.....etc.) ainsi que la nature de la structure.

Connaitre ce qui se passe autour des tirants d'ancrage est toujours instructif .C'est dans cette vision générale de l'interaction sol –tirant d'ancrage que notre travail s'est orienté.

Cette thèse constitue une contribution à l'étude du comportement d'un tirant d'ancrage isolé et incliné soumis à un chargement statique axiale. Elle est consacrée à l'analyse du mécanisme de rupture qui se matérialise autour de ce dispositif dans un milieu pulvérulent lors de sa mise en tension et la détermination de la charge limite avec une approche théorique qui est l'analyse limite avec l'utilisation du théorème cinématique dans le cas du critère de



MOHR-COULOMB et la loi associée en tenant compte de la mobilisation du sol en butée en réaction au chargement.

Ce travail de thèse s'échelonne selon ces chapitres :

Le premier chapitre est dédié à la présentation des tirants d'ancrage (description de leurs différents composants, de leurs différentes utilisations, de leurs classifications, de leur mise en œuvre et de leurs contrôles) avec le passage en revue des différents travaux effectués par voie expérimentale, analytique et numérique sur ces dispositifs dans les sols purement frottant.

Le second chapitre est consacré à une présentation générale de la philosophie de la théorie de l'analyse limite : son principe, ses hypothèses, la formulation spécifique des théorèmes statiques et cinématiques.

Le troisième chapitre présente l'élaboration du modèle théorique d'un tirant d'ancrage rugueux, isolé et incliné placé dans un sol pulvérulent et soumis à un chargement statique axial selon le critère de MOHR-COULOMB et la règle d'écoulement associée ; avec interprétation et discussion des résultats. La résolution des calculs est effectuée par le code de calcul MATHCAD qui très performant pour l'optimisation et le traitement mathématique des équations et des données.

Enfin, ce travail est clôturé à la fois par une conclusion générale donnant une synthèse sur les principaux résultats de cette recherche et des perspectives définissant les futurs travaux qui peuvent être considérés comme continuité de cette thèse.

Pour plus de clarté, le détail des calculs du modèle analytique est reporté en annexes à la fin du document.

- L'annexe A comporte le détail de calcul du modèle dans le plan selon le critère de MOHR-COULOMB.
- L'annexe B comporte le détail de calcul du modèle dans l'espace selon le critère de MOHR-COULOMB.
- L'annexe C comporte les résultats d'optimisation du modèle en plan en utilisant le logiciel MATHCAD.
- L'annexe D comporte les résultats d'optimisation du modèle dans l'espace en utilisant le logiciel MATHCAD.

Chapitre 1
Etude bibliographique sur les
tirants d'ancrage



Chapitre 1

Etude bibliographique sur les tirants d'ancrage

1.1 Introduction

Les tirants d'ancrage sont des éléments structurels enterrés qui forment un composant important de beaucoup de structures de génie civil (construction on shore et offshore) ; ils sont utilisés depuis longtemps pour la stabilisation des talus rocheux et avec le développement des techniques d'injections et de forage, ils sont utilisés dans les terrains meubles. Au cours de ces dernières années leurs champs d'application s'est considérablement élargi vu leur efficacité et leur souplesse d'utilisation, employés souvent pour résister aux forces de traction ; ils sont dimensionnés en fonction du type de construction, la nature du sol et la magnitude du chargement.

Une large panoplie de tirants d'ancrage a été développée au cours de ces dernières décennies pour répondre aux exigences rigoureuses associées à l'infrastructure civile moderne et les développements s'étaient focalisés sur :

- L'amélioration de l'interaction sol- tirant d'ancrage tenant compte des capacités et des longueurs de ces dispositifs ;
- La simplification des procédures d'installation ;
- L'assurance d'une activité plus rapide et plus longue des tirants d'ancrage ;

Dans ce premier chapitre, nous présentons un aperçu détaillé sur les tirants d'ancrage avec la description de leurs différents composants, de leurs fondements, de la définition des paramètres, de leurs classifications, de leurs domaines d'application, de leurs mises en œuvre, de leurs contrôles et des principales connaissances acquises sur ces dispositifs.

1.2 Historique

Historiquement l'origine des tirants d'ancrage date de la fin du dernier siècle (19^{ème} siècle). La première application était par l'ingénieur français COYNE dans le phare de la Jument en France en 1930 et dans le barrage de Cheurfa en Algérie en 1934.

À la fin des années 1950, l'utilisation des tirants d'ancrages permanents dans les sols rocheux était devenue une pratique courante dans la rénovation et la construction des barrages (EVANS (1955); MORRIS (1956); MIDDLETON (1961)) et des tours (WEATHERBY, (1982)).



La première utilisation des tirants d'ancrage permanents dans le sol meuble était aux Etats-Unis en 1961 pour la construction de murs de soutènement pour l'autoroute du Michigan (JONES et KERKHOFF (1961)).

Depuis 1970, cette technique a été le sujet de nombreuses évolutions en France, les efforts se sont concentrés sur le développement des systèmes efficaces de protection contre la corrosion, améliorer les méthodes d'injection et les procédures d'installation, et augmenter la résistance de ces dispositifs.

De la fin des années 70 jusqu'à aujourd'hui l'utilisation des tirants d'ancrage est devenue très répandue dans beaucoup d'ouvrages géotechniques.

1.3 Définition et composants des tirants d'ancrage

Un tirant d'ancrage est un dispositif de transmission des efforts de traction au sol meuble ou au terrain rocheux ; il est composé de (figures 1.1, 1.2):

- D'une tête d'ancrage qui transmet les forces de traction de l'armature à la structure à ancrer par l'intermédiaire d'une plaque d'appui.
- D'une partie libre qui est la longueur d'armature comprise entre la tête d'ancrage et le début du scellement.
- D'une partie scellée qui est la longueur d'armature sur laquelle la force de traction est transmise au terrain environnant par l'intermédiaire du coulis de scellement.

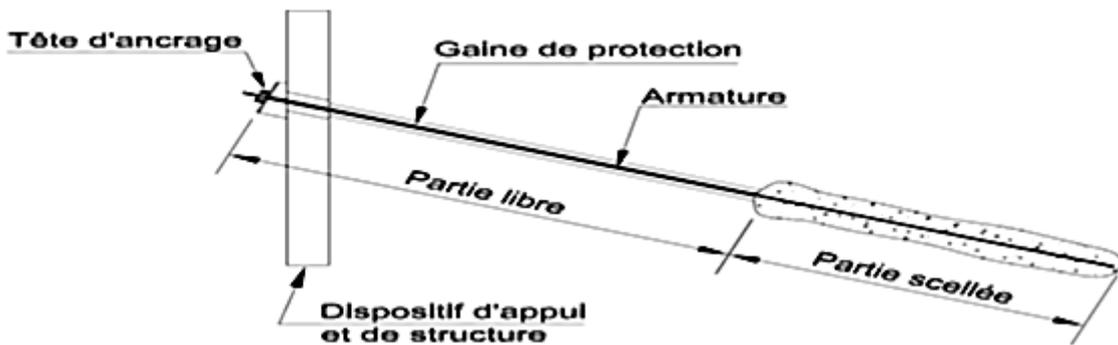


Figure 1.1 Tirant d'ancrage dont l'armature est scellée directement dans le sol d'après (les règles professionnelles (TA 2020), 2020)

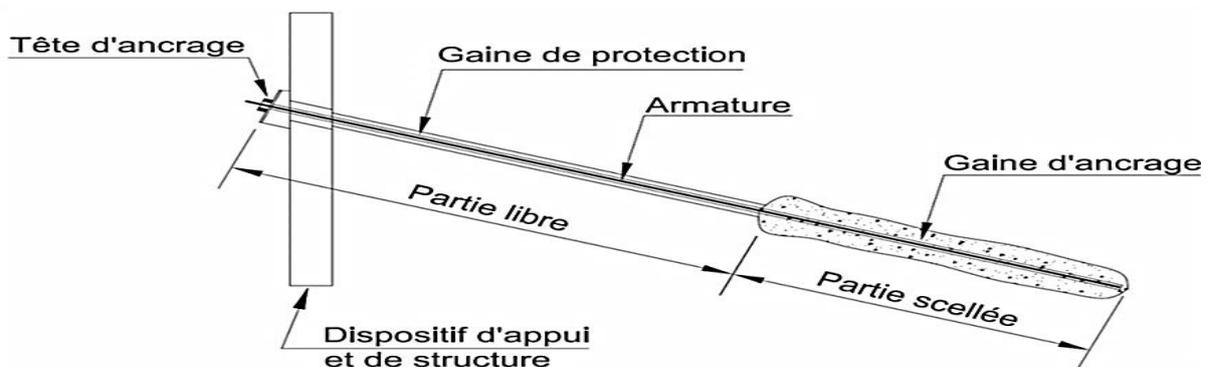
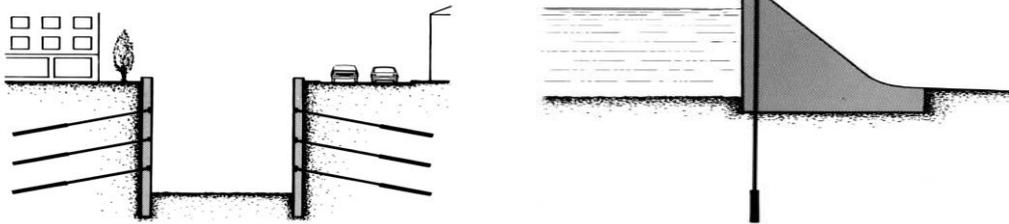


Figure 1.2 Tirant précontraint dont l'armature est scellée dans une gaine elle-même scellée dans le sol d'après (les règles professionnelles (TA 2020), 2020)

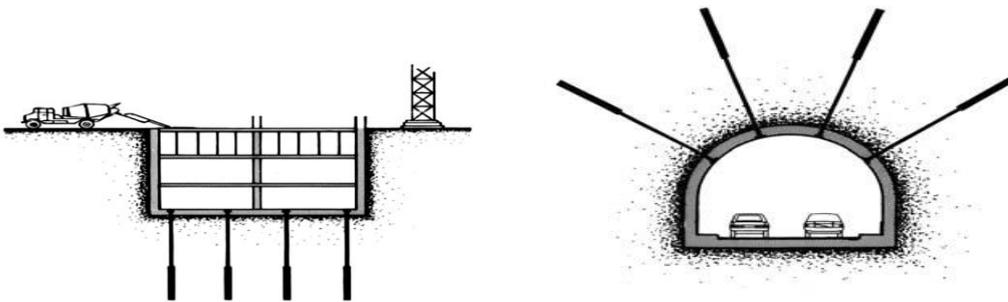


1.4 Domaines d'application des tirants d'ancrage

Les tirants d'ancrage contribuent à améliorer les caractéristiques géotechniques et transmettent les efforts de traction auxquels ils sont soumis au terrain; ils sont largement utilisés pour assurer la stabilité des pentes et des talus, le renforcement et la réhabilitation des structures tels que : (mur de soutènement, radiers, quais portuaires, palplanches, digues, pylônes, tunnels, barrage, plateformes pétrolières, parois moulée, parois berlinoise,.....etc.), ce qui explique que l'utilisation de ces dispositifs est devenue incontournable comme s'est indiqué sur la figure (1.3).



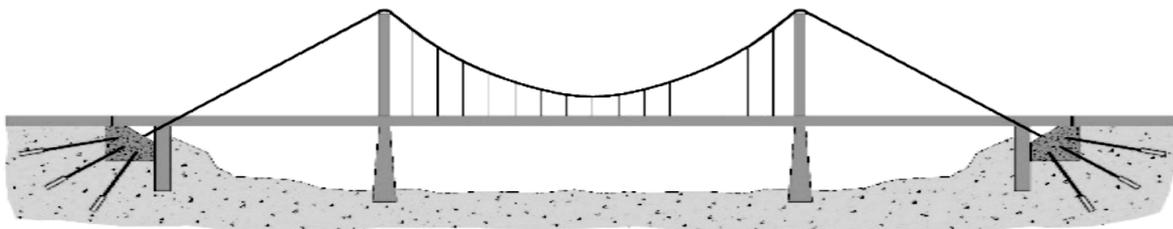
(a) Utilisation des tirants d'ancrage dans les parois des fouilles (b) Utilisation des tirants d'ancrage dans les barrages



(c) Utilisation des tirants d'ancrage dans les parois des fouilles (d) Utilisation des tirants d'ancrage dans les tunnels



(e) Utilisation des tirants d'ancrage dans les murs de quai (f) Utilisation des tirants d'ancrage dans les murs de soutènement



(g) Utilisation des tirants d'ancrage dans les culées de pont

Figure 1.3 Domaine d'utilisation des tirants d'ancrage d'après
 (http://www.freyssinet.ch/cd_28html/chapitre_01/pdf/chapitre2.1_fr.pdf)



1.5 Conception et choix du type des tirants d'ancrage

La conception et le choix du type des tirants d'ancrage et de leurs caractéristiques géométriques se base sur :

- Les propriétés physiques et mécaniques du sol ;
- L'identification des conditions environnementales (agressives ou non) dans lesquelles seront mis en place les tirants d'ancrage ;
- La nature de la structure et l'orientation de la charge ;

1.6 Classification des tirants d'ancrage

Les tirants d'ancrage sont classés en fonction :

- de la nature du terrain ;
- du mode de fonctionnement ;
- du mode de transfert de charge ;
- de la durée d'utilisation ;
- de la nature des armatures ;

1.6.1 Classification en fonction de la nature du terrain

- Tirants d'ancrage ancrés au sol rocheux ;
- Tirants d'ancrage ancrés en terrain meuble ;

1.6.2 Classification en fonction du mode de fonctionnement

1.6.2.1 Tirants d'ancrage actifs ou précontraints

Les tirants d'ancrage précontraints sont des éléments de construction dont la fonction est de transmettre des efforts de traction au sol meuble ou au rocher, par l'intermédiaire d'armatures actives. Ils sont constitués d'une armature de précontrainte (barres, fils, torons, etc.) qui est introduite dans un forage et scellée au terrain dans sa partie inférieure, par injection d'un coulis de ciment ou d'un mortier, avant d'être mise en tension et bloquée par une tête d'ancrage contre la structure ou l'élément de structure à ancrer.

1.6.2.2 Ancrages passifs (clous)

Les ancrages passifs (clous) sont scellés sur toute leur longueur dans le massif à stabiliser. Ils sont sollicités en traction, en flexion et en cisaillement par les mouvements du terrain.

1.6.3 Classification en fonction du mode de transfert de charge

Les tirants d'ancrage se différencient par les modes de transfert de charge entre la partie scellée et le sol environnant ; JURAN et ELIAS (1991) ont fait une première classification des tirants d'ancrage comprenant quatre catégories comme c'est indiqué sur la figure 1.4.



1.6.3.1 Les tirants d'ancrage droits

Ce type convient pour les sols rocheux et les sols cohérents raides et durs. Le transfert de charge se fait par le frottement latéral le long de la partie scellée.

1.6.3.2 Les tirants d'ancrage à basse pression

Pour cette catégorie ; le coulis est injecté sous une pression faible inférieure à 1N/mm^2 . Sous la pression, le coulis rendra le sol compact localement. Ce type convient pour les sols rocheux fissurés et les sols pulvérulents .Le transfert de charge se fait par le frottement latéral le long de la partie scellée.

1.6.3.3 Les tirants d'ancrage à haute pression

Pour cette nature ; le coulis est injecté sous une haute pression supérieure à 2N/mm^2 ; forçant les particules de ciment de pénétrer irrégulièrement. Ce type convient pour les sols pulvérulents et le transfert de charge se fait par le frottement latéral le long de la partie scellée.

1.6.3.4 Les tirants d'ancrage cloches

Pour cette sorte ; le coulis injecté va former des cloches au niveau de la partie scellée ; ce type convient pour les sols cohérents raides et durs. Le transfert de charge se fait par conséquent par le frottement latéral le long de la partie scellée.

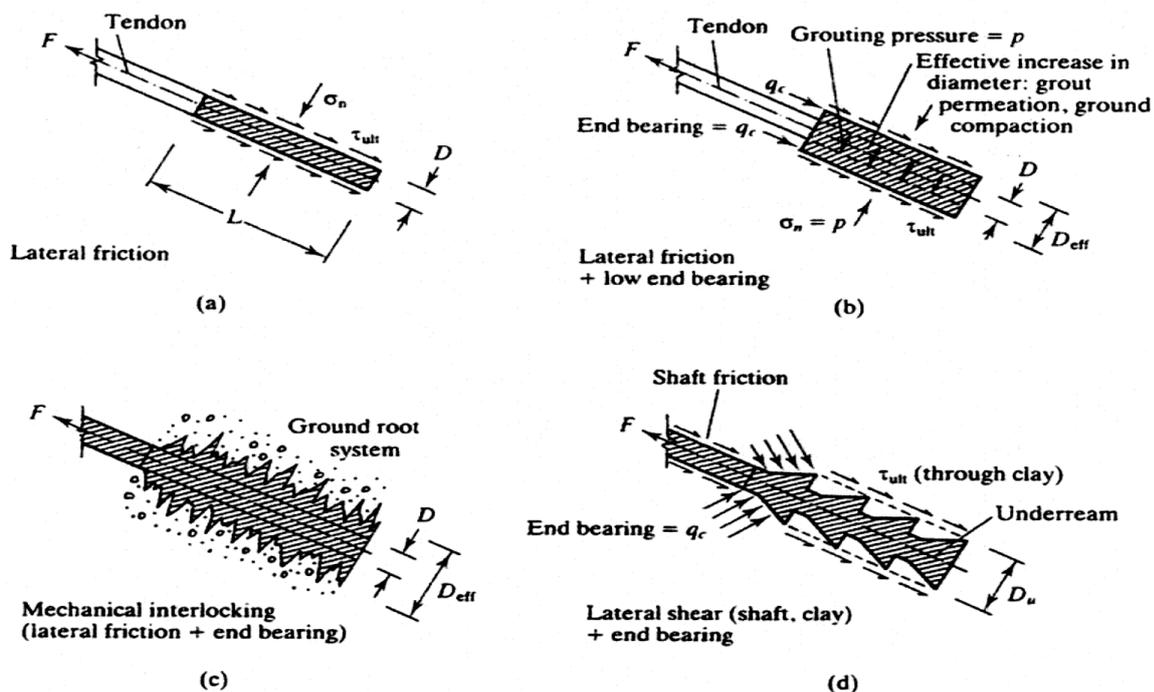


Figure 1.4 Les différents modes de transfert de charge d'après (Juran et Elias ,1991)



1.6.4 Classification en fonction de la durée d'utilisation

1.6.4.1 Les tirants d'ancrage provisoires (temporaires)

Les tirants d'ancrage provisoires (temporaires) servent à la sécurité des travaux ; dont la durée d'utilisation prévue est inférieure à 2 ans.

1.6.4.2 Les tirants d'ancrage définitifs (permanents)

Les tirants d'ancrage définitifs, ce sont des ancrages faisant partie de la structure de l'ouvrage .Ils devraient présenter une durabilité au minimum équivalente à celle de l'ouvrage.

1.6.4.3 Les tirants d'ancrage d'essai

Les tirants d'ancrage d'essai sont spéciaux, destinés à être soumis préalablement au début des travaux à des essais de traction ayant pour but de fournir les éléments nécessaires au dimensionnement des tirants d'ancrage.

1.6.4.4 Les tirants d'ancrage de contrôle

Les tirants d'ancrage de contrôle, ce sont des dispositifs sur lesquelles on procède à des observations et à des mesures sur une longue période.

1.6.5 Classification en fonction de la nature des armatures

1.6.5.1 Les tirants d'ancrage à armatures métalliques

Pour ce type de tirants d'ancrage, les armatures métalliques sont constituées par des aciers à haute adhérence pour béton armé et des aciers à hautes résistance pour précontrainte .

1.6.5.2 Les tirants d'ancrage à armatures non métalliques

Pour ce type de tirant d'ancrage, les armatures non métalliques sont constituées de matériaux composites (fibre de verre, d'aramide, de carbone, de bore,etc).

1.7 Mise en œuvre du tirant d'ancrage

Selon la norme NF EN 1537 (2000) et LES REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020), la mise en œuvre d'un tirant d'ancrage se déroule en plusieurs phases qui sont décrites ci-dessous:

Phase 1 : Réalisation du forage du trou dans lequel sera mis en place le tirant d'ancrage ;

Phase 2 : Mise en place de l'armature ;

Phase 3 : Accrochage du tirant d'ancrage au sol ;

Phase 4 : Mise en service du tirant d'ancrage ;

Phase 5 : Protection contre la corrosion ;

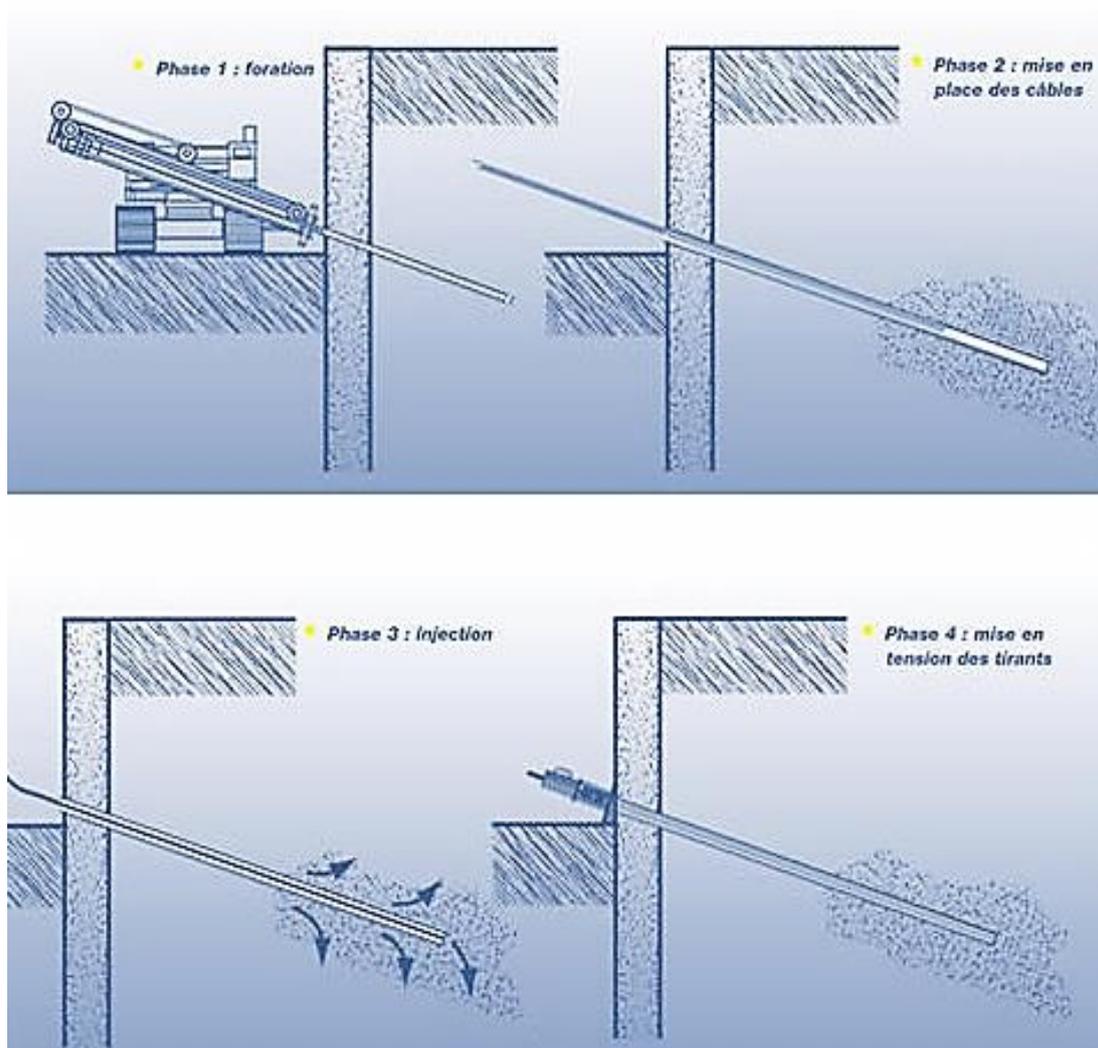


Figure 1.5 Les étapes de mise en œuvre des tirants d'ancrage d'après
 (http://lycee-cherioux.fr/Mooc/soutenements/ancrage/~gen/ancrage.publi/web/res/Schema-Tirants_content.jpg)

1.8 Contrôle des tirants d'ancrage

Selon LES REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020) ; le contrôle est effectué en procédant à des essais spécifiques, qui permettent de vérifier que la mise en tension du tirant d'ancrage a été correctement réalisée. Ces essais consistent à imposer, selon un programme de chargement-déchargement défini en fonction du temps, un effort statique d'arrachement à l'extrémité libre de l'armature et à mesurer le déplacement qui en résulte. On distingue :

1.8.1 L'essai à la rupture

Cet essai s'effectue sur deux tirants d'ancrage identiques d'une même catégorie. Son but est de vérifier que le tirant d'ancrage peut être soumis à une traction imposée, d'atteindre la rupture de scellement par arrachement, et d'optimiser les caractéristiques des tirants d'ancrage prévus pour l'ouvrage .



1.8.2 L'essai de contrôle

Cet essai est réalisé sur un tirant d'ancrage en cours de réalisation. Il permet de vérifier que le tirant d'ancrage peut reprendre l'effort de traction prévu, avec un déplacement inférieur à une valeur fixée au départ.

1.8.3 L'essai de réception

Les essais de réception constituent une procédure normale de contrôle à laquelle sont soumis tous les tirants d'ancrage de l'ouvrage préalable à leur mise en service. L'exécution des essais de réception précède l'opération de blocage.



Figure 1.6 Essai de contrôle sur un tirant d'ancrage en cours de réalisation d'après (les règles professionnelles (TA 2020), 2020)

1.9 Protection des tirants d'ancrage contre la corrosion

Des dispositions constructives spécifiques ainsi que l'utilisation de produits adéquats, permettent de garantir une protection efficace, durable des tirants d'ancrage contre la corrosion, adaptée aux exigences liées aux conditions d'exécution de chaque ouvrage.

Les tirants d'ancrage permanents sont protégés sur toute leur longueur par une gaine lisse sur la longueur libre et ondulée sur la longueur de scellement. Ce système de gainage maintient le tirant d'ancrage dans un milieu parfaitement clos et isolé. L'espace compris entre les torons et la gaine est injecté au coulis de ciment qui remplit tous les vides, ce qui empêche la circulation d'un éventuel agent agressif et crée en outre une atmosphère basique.

La zone des têtes des tirants d'ancrage fait l'objet de soins particuliers garantissant, grâce à une parfaite étanchéité, une protection efficace contre toute agression extérieure ainsi qu'une excellente continuité avec le gainage de la longueur libre.



Il existe trois catégories de protection contre la corrosion :

1.9.1 Protection poussée

Elle s'applique à tous les tirants d'ancrage permanents de même qu'aux tirants d'ancrage temporaires mis en place dans un milieu agressif.

1.9.2 Protection limitée

Elle s'applique aux tirants d'ancrage temporaires (en règle générale, durée d'utilisation ne dépassant pas 2 ans).

1.9.3 Pas de protection spéciale

Elle s'applique pour les tirants d'ancrage dont la durée d'utilisation est inférieure à 6 mois et dont la défaillance n'aurait que des conséquences minimales.

1.10 Les diverses approches utilisées pour l'analyse du comportement des tirants d'ancrage en sol frottant

Dans cette section nous allons présenter les travaux antérieurs empiriques, théoriques, expérimentaux et numériques qui ont été consacrés en vue de comprendre et d'analyser le comportement des tirants d'ancrage placés dans un milieu frottant sollicités axialement en traction.

1.10.1 Approches empiriques

La norme britannique BS8081 (1989) a proposé la formulation citée ci-dessous pour estimer la force d'arrachement des tirants d'ancrage fixés dans les sols pulvérulents.

$$T=L \cdot n \cdot tg\varphi' \quad (1.1)$$

Avec :

T : la force ultime des tirants d'ancrage.

L : la longueur scellée du tirant d'ancrage.

φ' : l'angle de frottement effectif interne du sol.

n : un facteur empirique qui tient compte de la technique du forage, le diamètre du tirant d'ancrage et la nature du sol.

Les essais expérimentaux ont indiqué que pour les sables grossiers et graviers le facteur empirique (n) varie de 400 KN/m à 600 KN/m ; et pour les sables fins et moyen le facteur empirique (n) varie de 130 KN/m à 165KN/m.

LES REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020) qui sont utilisées pour la conception, le calcul, l'exécution et le contrôle des tirants d'ancrage ont proposé une formulation empirique (formule 1.2) pour l'étude de la stabilité du soutènement vertical d'un massif constitué de sol homogène à frottement interne prédominant associé à un tirant d'ancrage vertical sollicité en traction.



$$W=R_d \quad (1.2)$$

Avec :

R_d : la valeur de calcul de la résistance à l'arrachement du scellement.

W : le poids effectif du sol.

LES REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020) ont considéré que le volume réellement associé à un tirant d'ancrage a une forme grossièrement cylindrique, terminée dans la zone de scellement par un volume conique dont le sommet se situe à l'extrémité basse du scellement comme le démontre la figure 1.7.

Dans les sols frottant, le volume figuré ci-dessous (figure 1.7) est substitué par un volume conique ayant pour axe de tirant d'ancrage, de hauteur totale (L) et de demi - angle au sommet (β) et son rayon de base (r) comme s'est indiqué sur la figure 1.8.

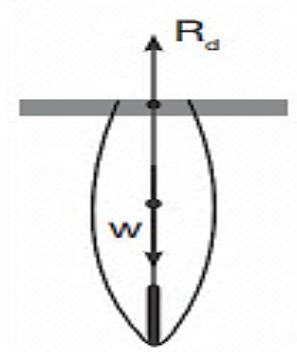


Figure 1.7 Forme réelle d'après (les règles professionnelles (TA 2020), 2020)

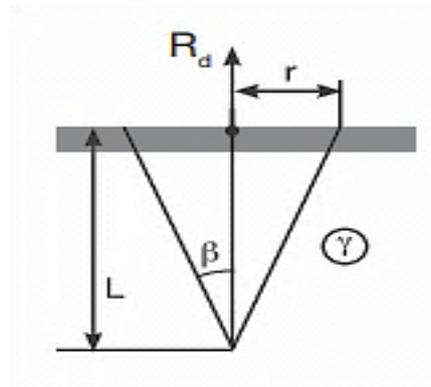


Figure 1.8 Volume conique en sol frottant d'après (les règles professionnelles (TA 2020), 2020)

$$W = \pi \cdot r^2 \cdot \gamma \cdot \frac{L}{3} = R_d \quad (1.3)$$

$$r = L \cdot \text{tg} \beta \quad (1.4)$$

Suivant LES REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020) la valeur limite du demi-angle au sommet (β) est égale au (2/3) de l'angle de frottement interne du sol.



1.10.2 Approches analytiques

HAWKES et EVANS (1951) ont proposé une formulation mathématique pour l'estimation des contraintes de cisaillement le long de la partie scellée des tirants d'ancrage. La contrainte de cisaillement est exprimée par la formule (1.5).

$$u_x = u_0 e^{\frac{-Ax}{d}} \quad (1.5)$$

Avec :

U_x : la contrainte à la distance (x) de l'extrémité de la partie scellée.

U_0 : la contrainte à l'extrémité de la partie scellée.

d : le diamètre nominal de la barre.

A : la constante empirique.

Les deux chercheurs ont constaté que la contrainte de cisaillement dépend du diamètre de la barre comme l'indique la figure 1.9.

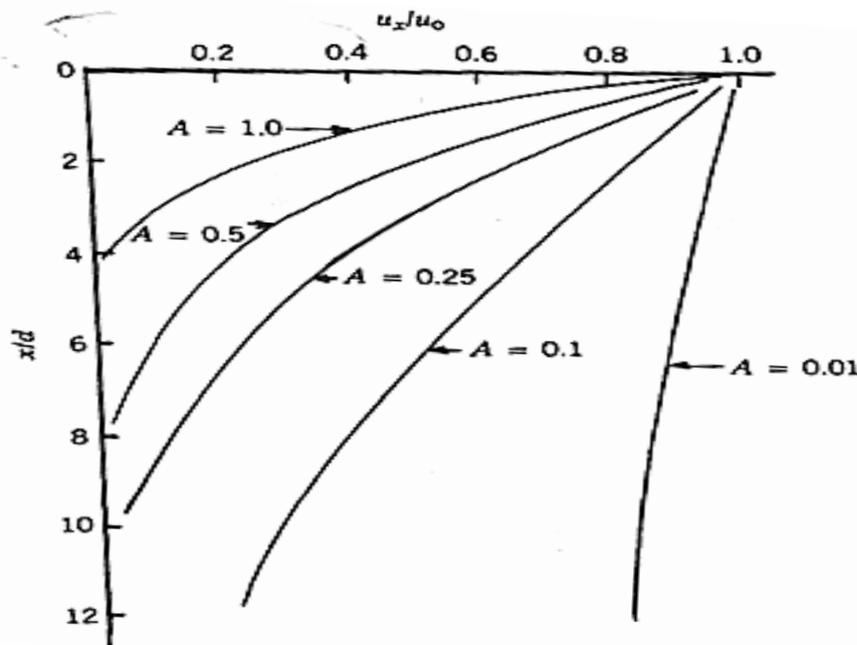


Figure 1.9 La distribution des contraintes de cisaillement le long de la partie scellée d'après (Hawkes et Evans, 1951)

De même PHILIPS (1970) a proposé une relation théorique qui est exprimé par la formule (1.6) pour déterminer la distribution des contraintes de cisaillement le long de la partie scellée des tirants d'ancrage.

$$P = \frac{\pi d^2 u_0}{A} \quad (1.6)$$

Il a constaté que la variation des contraintes de cisaillement le long de la zone scellée dépend du diamètre de la barre comme le souligne la figure 1.10.

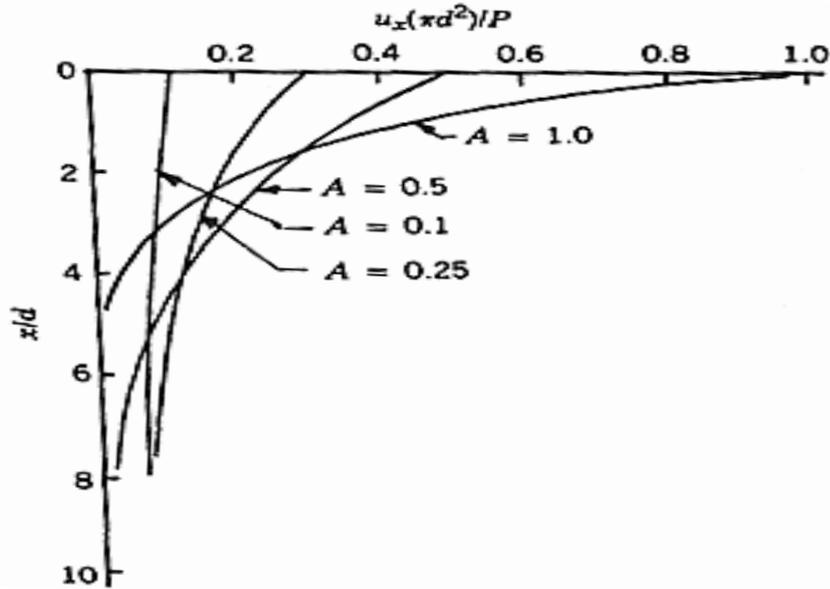


Figure 1.10 La distribution des contraintes de cisaillement le long de la partie scellée pour différentes valeurs de la constante empirique (A) d'après (Philips, 1970)

LITTELJOHN (1970) a suggéré une expression mathématique (formule 1.7) pour la détermination de la force d'arrachement des tirants d'ancrage.

$$P = L.n.tan\phi \tag{1.7}$$

Avec :

- P : la force d'arrachement du tirant d'ancrage.
- L : la longueur scellée du tirant d'ancrage.
- ϕ : l'angle de frottement interne du sol.
- n : le facteur dépendant de la perméabilité du sol.

LITTELJOHN (1970) a proposé des valeurs pour le facteur (n) variant de (400 KN /m) à (600 KN /m) pour le coefficient de perméabilité ($K > 10^{-4}$ m/s). De même l'auteur a proposé des valeurs pour le facteur (n) variant de (130 KN /m) à (165 KN /m) lorsque le coefficient de perméabilité varie de ($K = 10^{-4}$ m/s) à ($K = 10^{-6}$ m/s). LITTELJOHN (1970) a également présenté une autre équation (1.8) qui a indiqué que la force d'arrachement du tirant d'ancrage dépend de sa géométrie et des paramètres du sol.

$$P = \pi.D.L.\sigma'_n.tan\delta + \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)\gamma.Z.N_q \tag{1.8}$$

Avec :

- P : la force d'arrachement du tirant d'ancrage.
- L : la longueur scellée du tirant d'ancrage.



D : le diamètre de la partie scellée du tirant d'ancrage.

γ : le poids volumique du sol.

d : le diamètre de la gaine.

δ : l'angle de frottement de la gaine.

N_q : le facteur de capacité.

σ'_n : la pression de contact moyenne au-dessus de la partie scellée.

Z : la profondeur du sol au-dessus de la partie scellée.

FUJITIA et al. (1978) ont proposé une formule (1.9) qui représente la relation de la charge en fonction du déplacement à n'importe quel endroit de la partie scellée avec l'utilisation d'un modèle analytique comme c'est indiqué sur la figure 1.11.

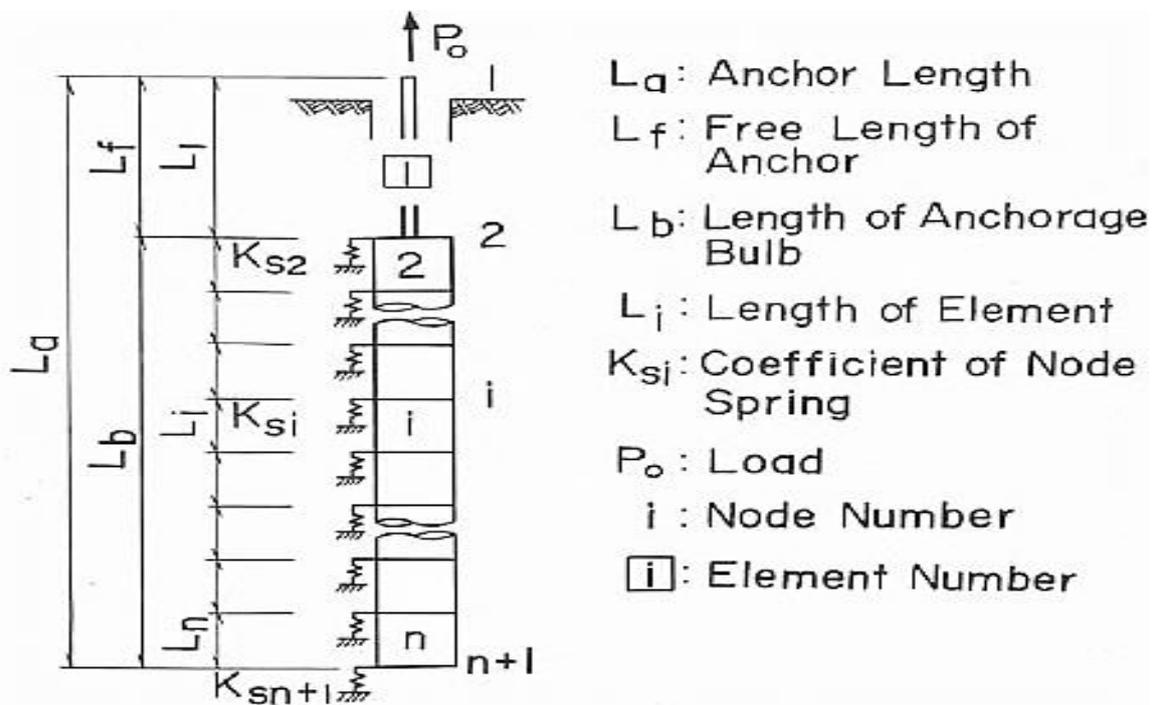


Figure 1.11 Modèle analytique d'après (Fujita et al., 1978)

Les auteurs ont proposé l'expression suivante :

$$P_0 = K_0 \cdot \delta_0^n \quad (1.9)$$

Avec :

P_0 : la charge.

δ_0 : déplacement à la tête du tirant d'ancrage.

$K_0 = f(C_{s,r})$: constante.

$n = f(C_{s,r})$: constante.

r : L_b/L_a

L_a : la longueur total du tirant d'ancrage.

L_f : la longueur libre du tirant d'ancrage.



L_b : la longueur scellée.

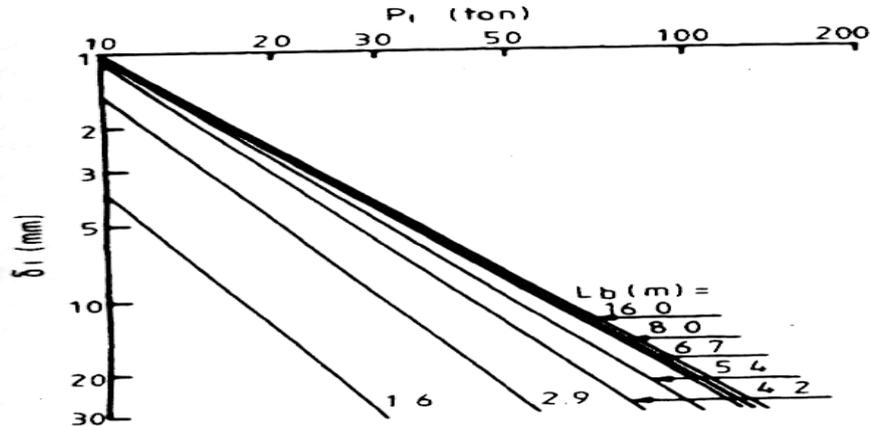


Figure 1.12 Effet de la variation de la longueur scellée (L_b) sur la relation charge-déplacement d'après (Fujita et al., 1978)

FUJITIA et al. (1978) ont constaté une bonne concordance entre les résultats analytiques (en termes de charge et de déplacements) avec les valeurs mesurées comme l'indique la figure 1.13.

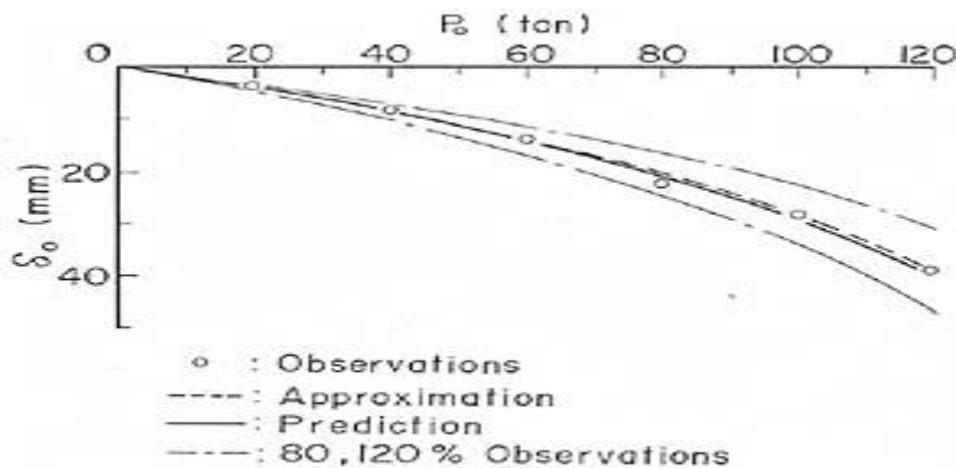


Figure 1.13 Comparaison des résultats analytique de la charge (P_o), déplacement (δ_o) avec les valeurs mesurées d'après (Fujita et al., 1978)

OSTERMAYER (1974) a suggéré une relation (1.10) pour l'estimation des contraintes de cisaillement au niveau de la partie scellée des tirants d'ancrage en fonction du facteur d'efficacité (formule 1.11)

$$\tau_{ult} = f_{eff} \cdot L \cdot n \cdot \tan(\varphi) \quad (1.10)$$

$$f_{eff} = (0,9)^{L \cdot \tan \varphi} \quad (1.11)$$

Avec :

τ_{ult} : la contrainte de cisaillement.

F_{eff} : le facteur d'efficacité.

L : la longueur scellée.



ϕ : l'angle de frottement interne du sol.

Il a constaté que les contraintes de cisaillement diminuent avec l'augmentation de la longueur scellée. La figure 1.14 illustre les résultats obtenus.

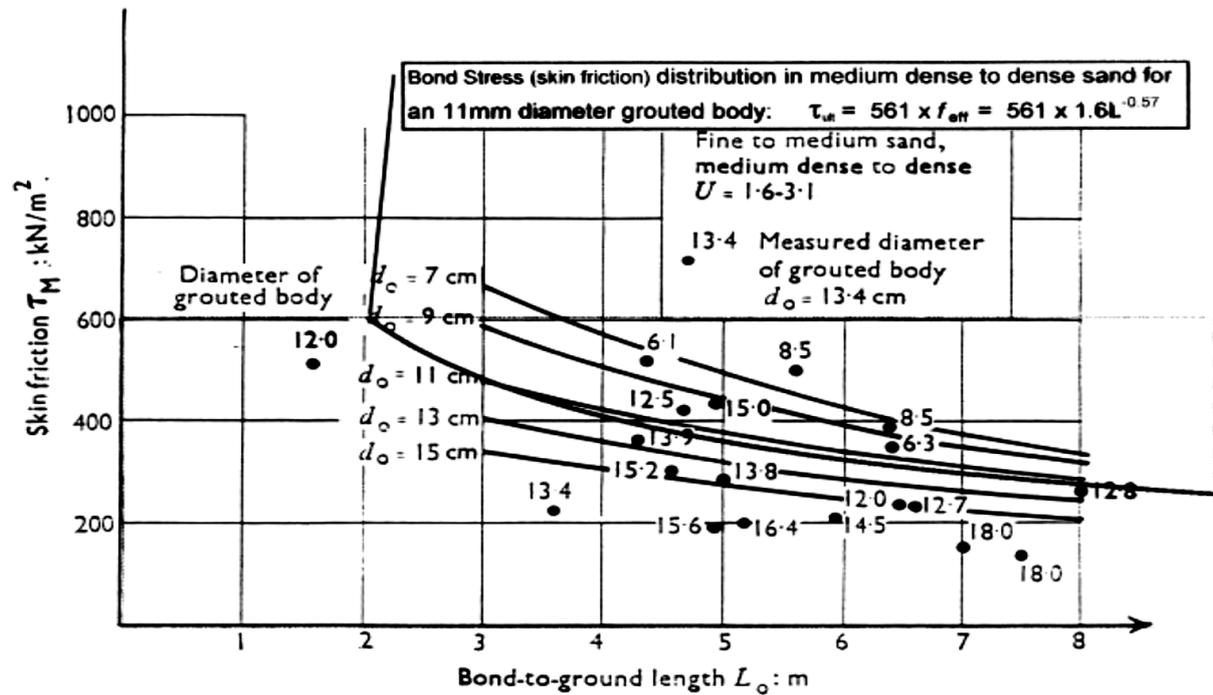


Figure 1.14 Evolution des contraintes de cisaillement en fonction de la longueur de scellement dans le sable dense d'après (Ostermayer, 1974)

KRAMER (1978) a proposé une équation pour l'estimation de la charge de rupture des tirants d'ancrage qui est exprimée par la formule (1.12).

$$A = a_0 + a_1 \cdot F_M + a_2 \cdot D_5 + a_3 \cdot D_6 + a_4 \cdot D_7 + a_5 \cdot D_8 + a_6 \cdot K + a_7 \cdot \tau \quad (1.12)$$

Avec :

A : la résistance des tirants d'ancrage.

$$F_M = \pi \cdot d_A \cdot l_0$$

$$\tau = \frac{2 - \sin \phi'}{2} \cdot \gamma \cdot h_m \cdot \tan \phi'$$

D_5 : pourcentage du sol avec le diamètre des grains $d < 0,2$ mm.

D_6 : pourcentage du sol avec le diamètre des grains $0,2 \text{ mm} < d < 0,6$ mm.

D_7 : pourcentage du sol avec le diamètre des grains $0,6 \text{ mm} < d < 2$ mm.

D_8 : pourcentage du sol avec le diamètre des grains $d > 2$ mm.

K : coefficient de perméabilité.

τ : contrainte de cisaillement dans le sol pulvérulent.

l_0 : longueur de la partie scellée.

ϕ' : angle de frottement interne du sol.

F_M : surface de la partie scellée.

a_i : constante de régression.



h_m : hauteur du sol à la moitié de la longueur scellée.

Il a déterminé les constantes de régression :

$$a_0 = -2679,36$$

$$a_1 = +34,12$$

$$a_2 = +29,20$$

$$a_3 = +30,94$$

$$a_4 = +20,63$$

$$a_5 = +31,92$$

$$a_6 = -2051,48$$

$$a_7 = +9,73$$

D'après KRAMER (1978) pour l'estimation de la force à l'arrachement des tirants d'ancrage dans les sols pulvérulents avec la formule (1.12), il ne faut pas que les dimensions des grains dépassent les limites apparaissant sur la figure 1.15. Aussi, les valeurs des facteurs d'influence ne doivent pas dépasser les limites suivantes :

$$0,98 \text{ m}^2 \leq F_M \leq 3,61 \text{ m}^2$$

$$7,40 \text{ cm} \leq d_A \leq 11,50 \text{ cm}$$

$$4,10 \text{ m} \leq l_0 \leq 11,50 \text{ m}$$

$$0\% \leq D_5 \leq 86\%$$

$$10\% \leq D_6 \leq 78\%$$

$$0\% \leq D_7 \leq 17\%$$

$$0\% \leq D_8 \leq 77\%$$

$$0,122 \cdot 10^{-2} \text{ cm/s} \leq K \leq 25,2 \cdot 10^{-2} \text{ cm/s}$$

$$31,7 \text{ KN/m}^2 \leq \tau \leq 95,6 \text{ KN/m}^2$$

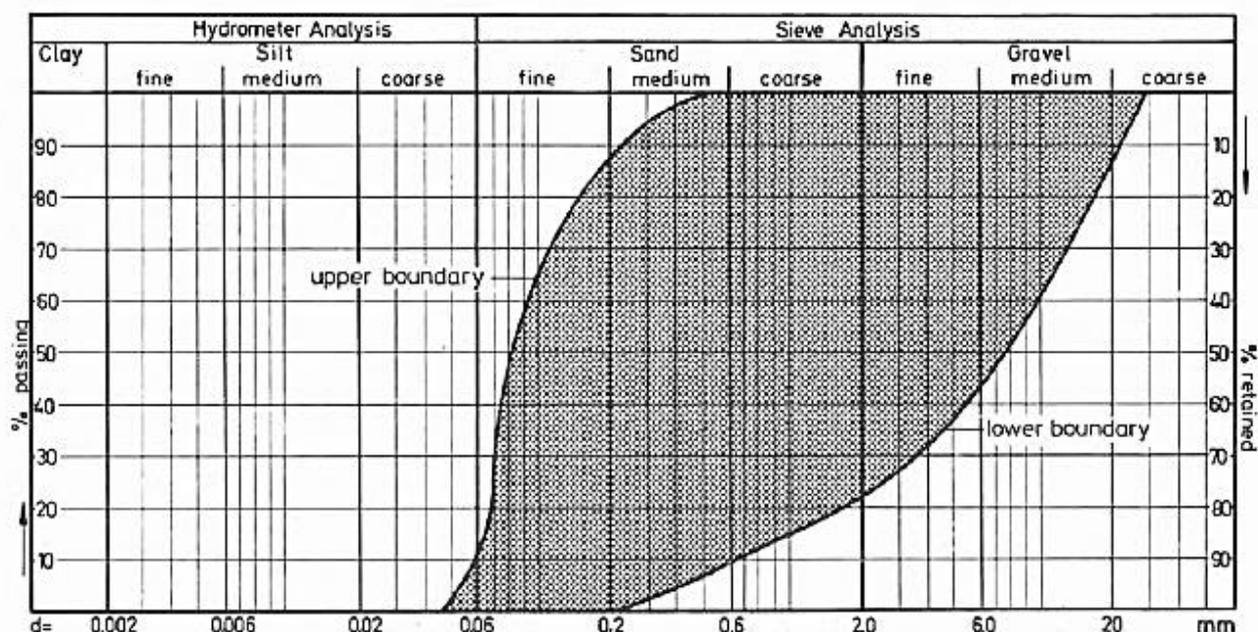


Figure 1.15 Limite des dimensions des grains pour l'estimation de la force d'arrachement dans les sols pulvérulents d'après (Kramer, 1978)



De la même manière HANNA (1982) a présenté une équation (1.13) pour l'estimation de la force d'arrachement des tirants d'ancrage dans les sols pulvérulents.

$$P = a.p_g \pi.D.L.tan\delta \quad (1.13)$$

Avec :

- P : la force d'arrachement du tirant d'ancrage.
- L : la longueur scellée du tirant d'ancrage.
- D : le diamètre de la partie scellée du tirant d'ancrage.
- P_g : la pression d'injection du coulis.
- a : le coefficient inférieur à 1.

WOODS et BARKHORDARI (1997) ont proposé une formule différente de celle suggérée par OSTERMAYER (1974) pour l'estimation du facteur d'efficacité pour le sable.

$$f_{eff} = \exp(-0,05L \tan \phi) \quad (1.14)$$

Avec :

- L : la longueur scellée du tirant d'ancrage.
- φ : l'angle de frottement interne du sol.

MEKKI et al. (2011) ont développé un modèle analytique présenté sur la figure 1.16 basé sur le théorème cinématique de l'analyse limite afin d'évaluer la charge de rupture d'un tirant d'ancrage isolé, rugueux et incliné placé dans un sol frottant limité par une surface libre horizontale.

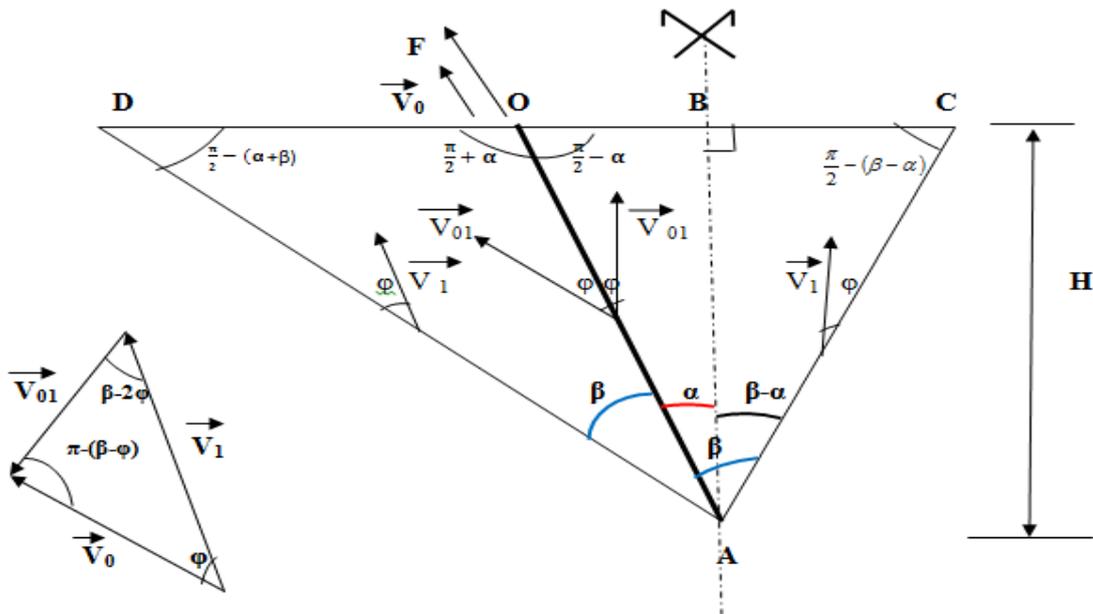


Figure 1.16 Modèle pour le calcul de la charge de rupture d'après (Mekki et al., 2011)



Ils ont proposé une formule (1.15) pour la détermination de la charge de rupture.

$$F = \frac{\pi \cdot \gamma \cdot a \cdot b \cdot L \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta - \phi) \cdot \cos(\phi)}{3 \cdot \sin(\beta - 2\phi)} \quad (1.15)$$

RONG-JUN ZHANG et al. (2012) ont fait une étude théorique sur les tirants d'ancrage à haute pression en utilisant la théorie d'expansion de cavité ; ils ont proposé un mécanisme de rupture devant la partie scellée comme c'est indiqué sur la figure 1.17 et un modèle pour calcul de la contrainte effective agissant sur la partie scellée comme le conforte la figure 1.18.

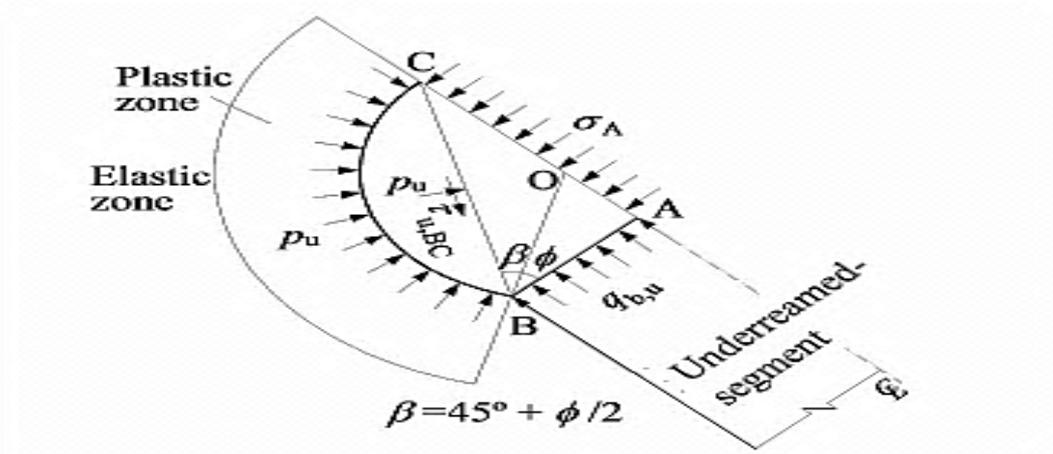


Figure 1.17 Mécanisme de rupture du sol devant la partie scellée d'après (Rong-Jun Zhang et al., 2012)

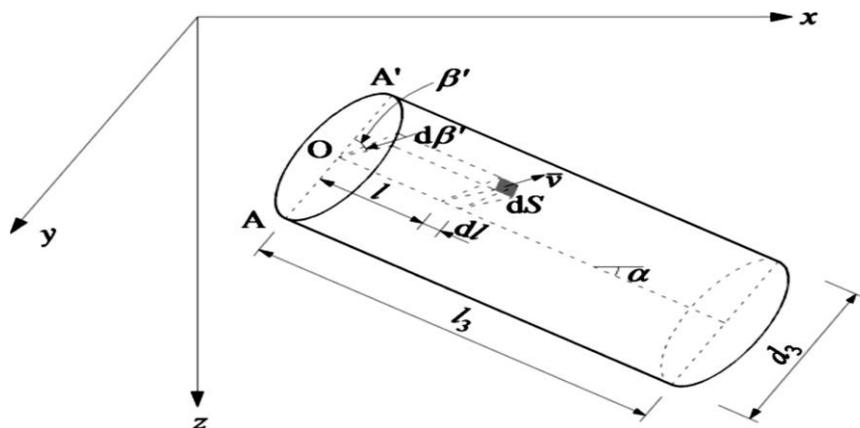


Figure 1.18 Modèle pour le calcul de la contrainte effective agissant sur la partie scellée d'après (Rong-Jun Zhang et al., 2012)

L'expression de la contrainte effective agissant sur la partie scellée (σ_m) est la suivante :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_z (k_0 + K_0 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{2} \quad (1.16)$$

Aussi, RONG-JUN ZHANG et al. (2012) ont utilisé la théorie de résistance au cisaillement sphérique pour déterminer les mécanismes de transfert de charge (figure 1.19) avec leurs hypothèses ; ils ont déduit que le mécanisme de transfert de charge est non linéaire.

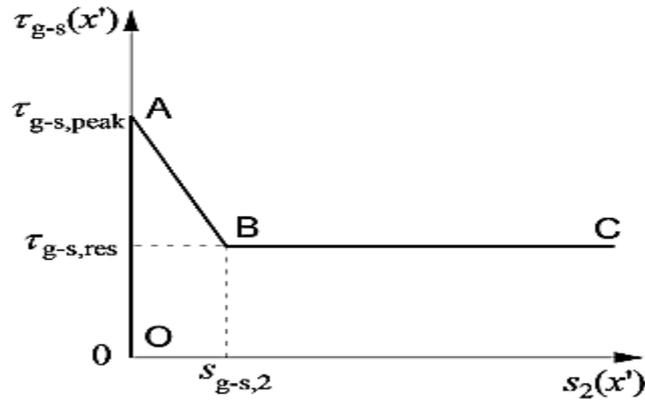


Figure 1.19 Mécanisme de transfert de charge pour l'interface coulis-sol d'après (Rong-Jun Zhang et al. , 2012)

$$\frac{d\tau_{g-s}(x')}{ds_2(x')} = +\infty \quad \text{Pour l'étape OA}$$

$$\tau_{g-s}(x') = \tau_{g-s,peak} - \frac{\tau_{g-s,peak} - \tau_{g-s,res}}{s_{g-s,2}} s_2(x') \quad \text{Pour l'étape AB}$$

$$\tau_{g-s}(x') = \tau_{g-s,res} \quad \text{Pour l'étape BC}$$

Avec $\tau_{g-s}(x')$ contrainte de cisaillement de l'interface coulis-sol ; $\tau_{g-s,peak}$ et $\tau_{g-s,res}$ sont respectivement la contrainte de cisaillement maximale de l'interface coulis-sol et la contrainte de cisaillement résiduelle de l'interface coulis-sol.

1.10.3 Approches expérimentales

Les essais menés par MULLER (1966) sur un tirant d'ancrage soumis à un effort de traction ont montré que la distribution des contraintes le long de la partie scellée est non uniforme comme le démontre la figure 1.20.

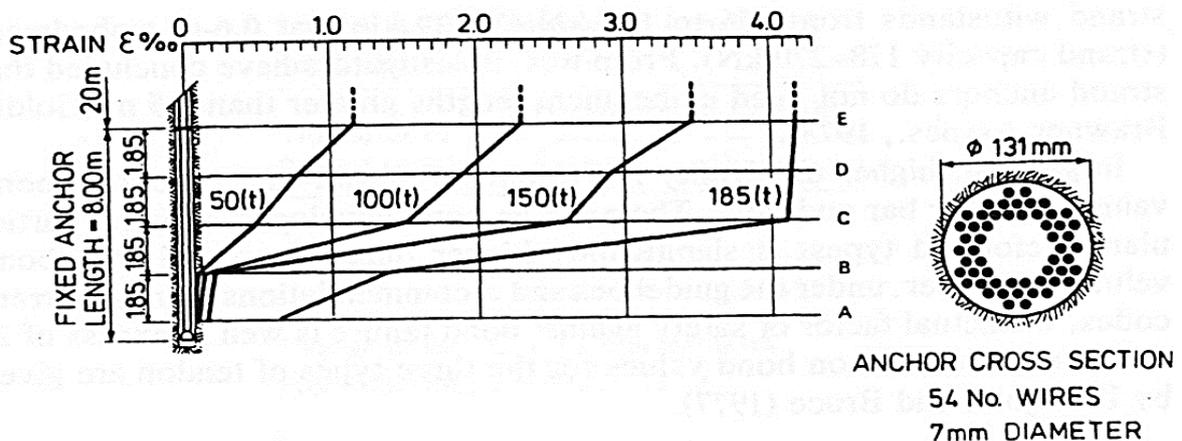


Figure 1.20 La distribution des contraintes le long de la partie scellée du tirant d'ancrage d'après (Muller, 1966)



JORGE (1969) a développé des courbes représentées sur la figure 1.21 montrant que la charge ultime est proportionnelle avec l'augmentation de la pression d'injection.

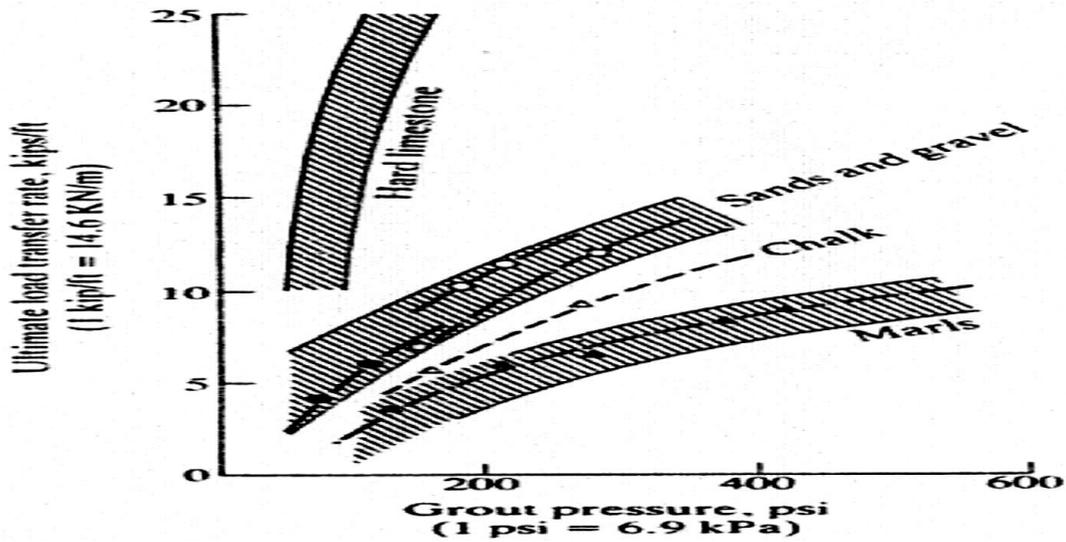


Figure 1.21 Influence de la pression d'injection du coulis sur la charge ultime des tirants d'ancrage d'après (Jorge, 1969)

OSTERMAYER (1974) a effectué des essais sur des tirants d'ancrage placés dans des sols granulaires ayant des densités différentes, il a constaté ce qui suit :

- L'augmentation de la force d'arrachement du tirant d'ancrage est proportionnelle à l'augmentation de la densité du sol ;
- La force d'arrachement augmente avec l'augmentation du coefficient d'uniformité ;
- La charge ultime augmente avec l'accroissement de la longueur scellée comme l'indique la figure 1.22 ;
- La répartition des contraintes de cisailement le long de la partie scellée est non uniforme ;

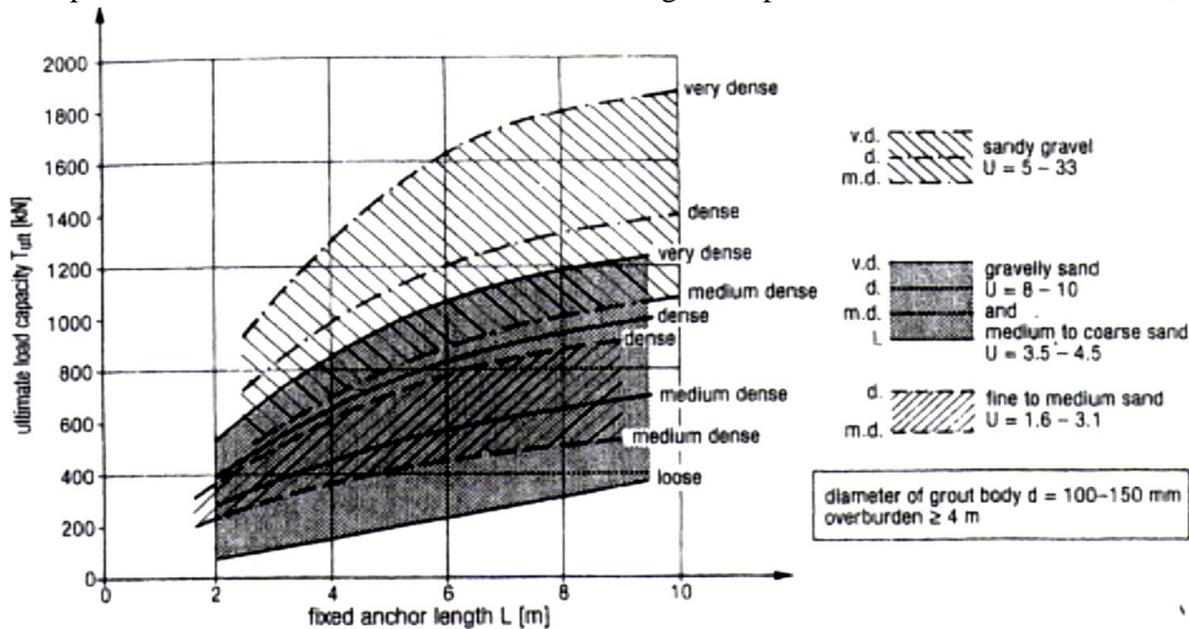


Figure 1.22 L'évaluation de la charge ultime en fonction de la longueur scellée des tirants d'ancrage d'après (Ostermayer, 1974)



A travers ces essais ; il a constaté que la charge ultime du tirant d'ancrage pouvait être évaluée en fonction de la résistance dynamique de pénétration à partir de la figure 1.23.

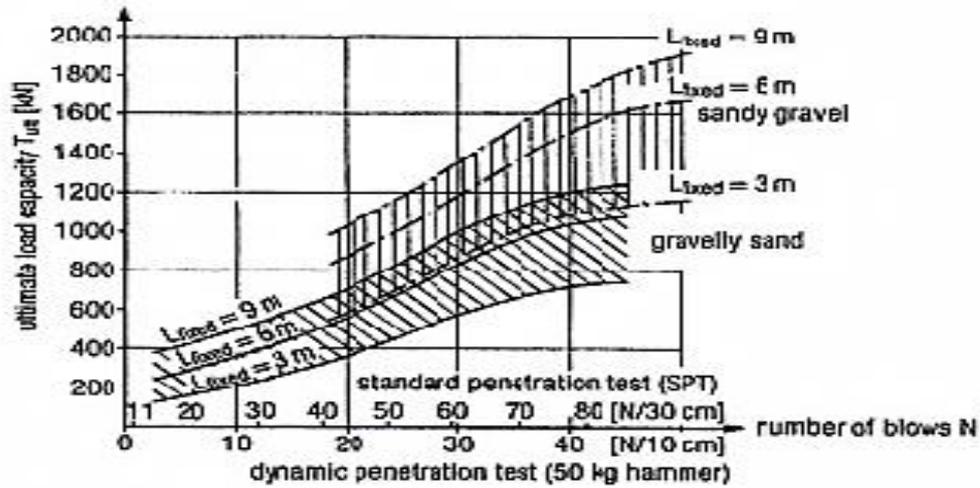
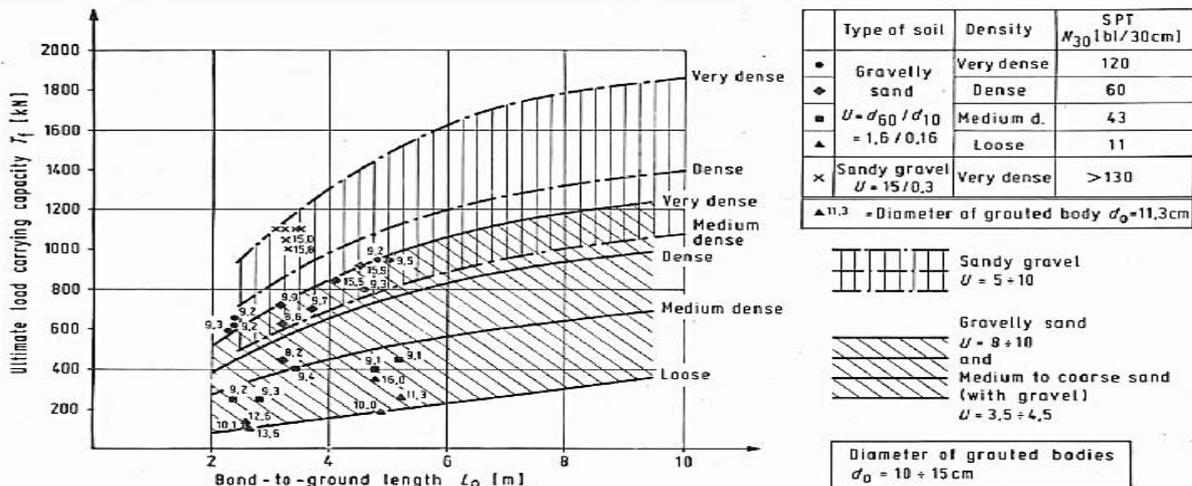


Figure 1.23 Relation entre la charge ultime du tirant d'ancrage, sa longueur scellée avec la résistance dynamique de pénétration d'après (Ostermayer, 1974)

D'autres efforts étaient fournis par OSTERMAYER et SCHEELE (1978) pour analyser le comportement des tirants d'ancrage en fonction du type du sol et de la longueur scellée.

Pour cela, ils ont effectué des essais en vraies grandeurs dans des massifs de sable compacté à des différentes densités. Cinq séries d'essais ont été effectuées. Chacune d'elles comporte six tirants d'ancrage de 9 m de longueur et la longueur scellée était variable avec une inclinaison de 20°. Les tirants d'ancrage de la première série d'essais étaient installés dans un sable graveleux avec $I_D=1,1$. Pour les quatre autres séries d'essais le sol était remplacé par du gravier sableux avec un indice d'uniformité variant de 8 à 10 et la densité du sable était variable à chaque série ($I_D=0,14$ pour la série N°2, $I_D=0,76$ pour la série N°3, $I_D=0,28$ pour la série N°4, $I_D=0,8$ pour la série N°5). Des jauges étaient collées sur les barres d'acier de la partie scellée pour déterminer la distribution des contraintes. Les résultats des essais ont montré que la force d'arrachement des tirants d'ancrage est influencée par la longueur et le diamètre de la partie scellée ainsi que la densité du sol comme l'illustrent les figures 1.24.



(a)

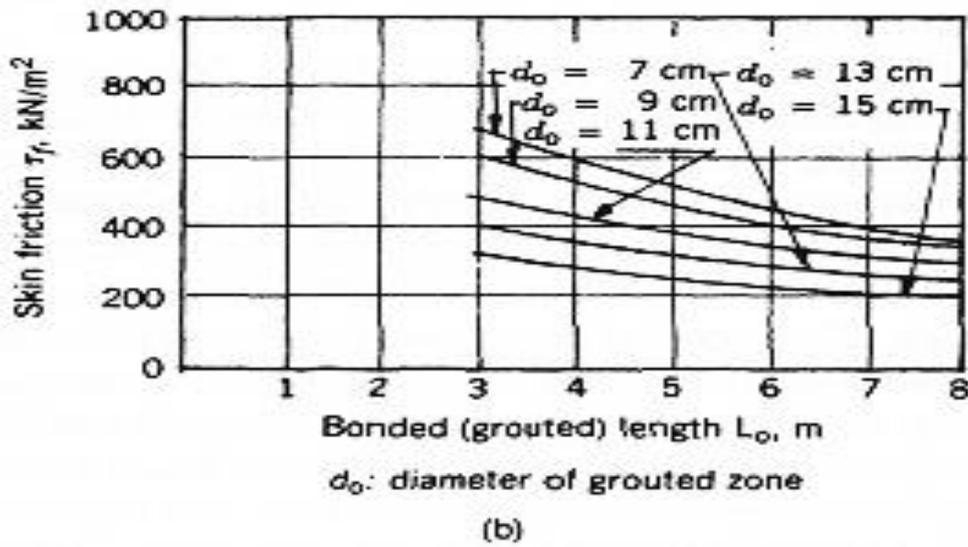


Figure 1.24 (a) Evaluation de la charge limite des tirants d'ancrage en fonction de la densité et la longueur scellée, (b) L'effet du diamètre et de la longueur scellée sur les contraintes de cisaillement d'après (Ostermayer et Schelle, 1978)

OSTERMAYER et SCHEELE (1978) ont remarqué qu'au fur et à mesure que la charge augmente, les contraintes évoluent et se redistribuent vers le pied du scellement comme l'indique les figures 1.25, 1.26, 1.27.

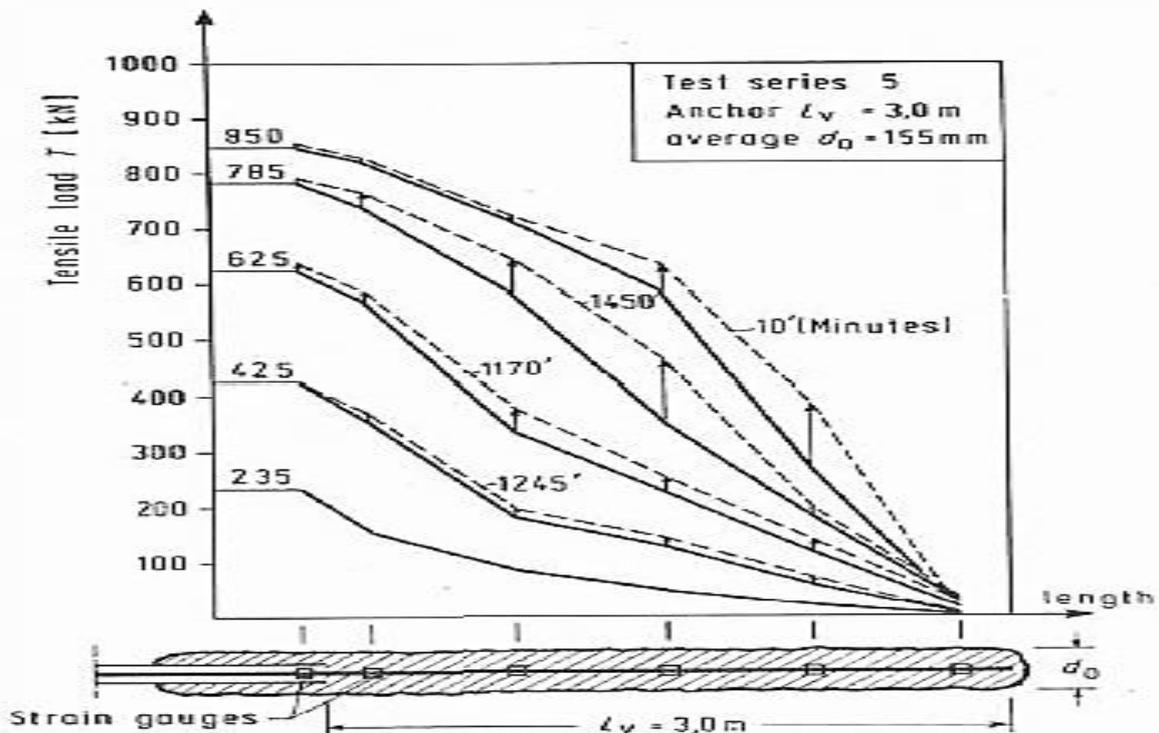


Figure 1.25 Distribution des efforts le long de la partie scellée dans le sable dense d'après (Ostermayer et Schelle, 1978)

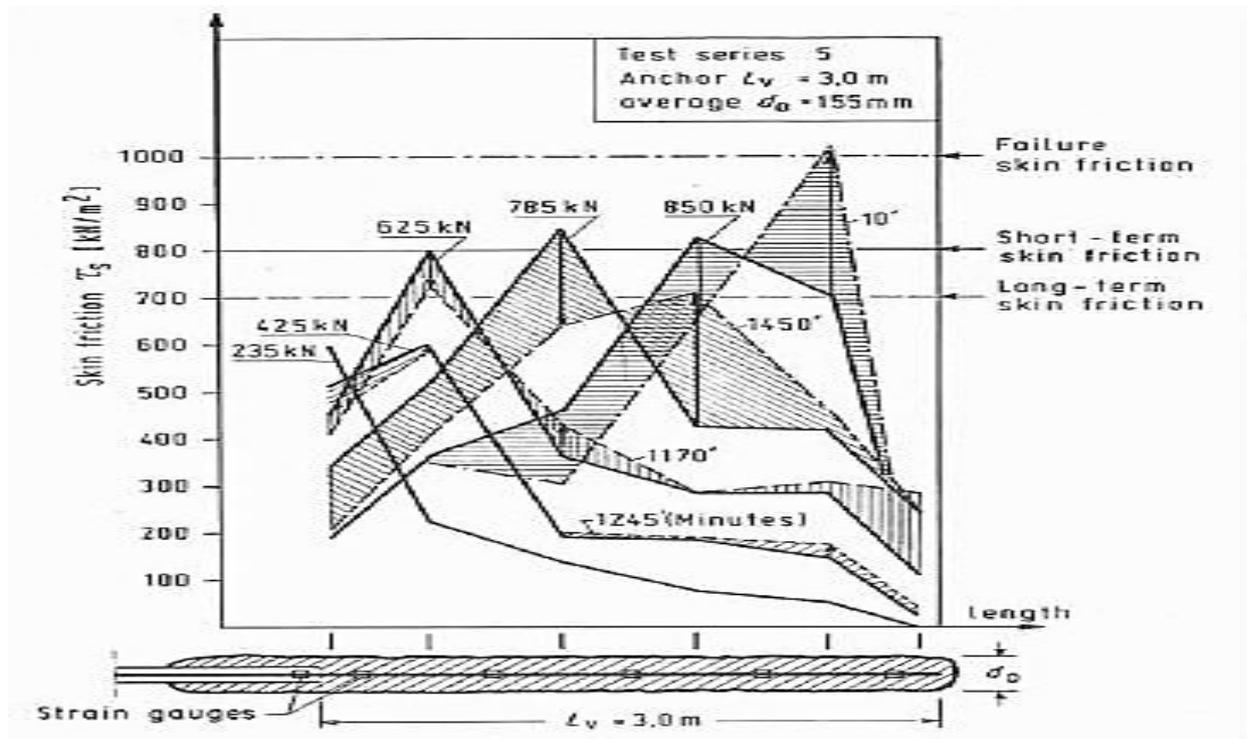


Figure 1.26 Distribution des contraintes de cisaillement entre le sol et l'interface du coulis le long de la partie scellée dans le sable dense d'après (Ostermayer et Schelle, 1978)

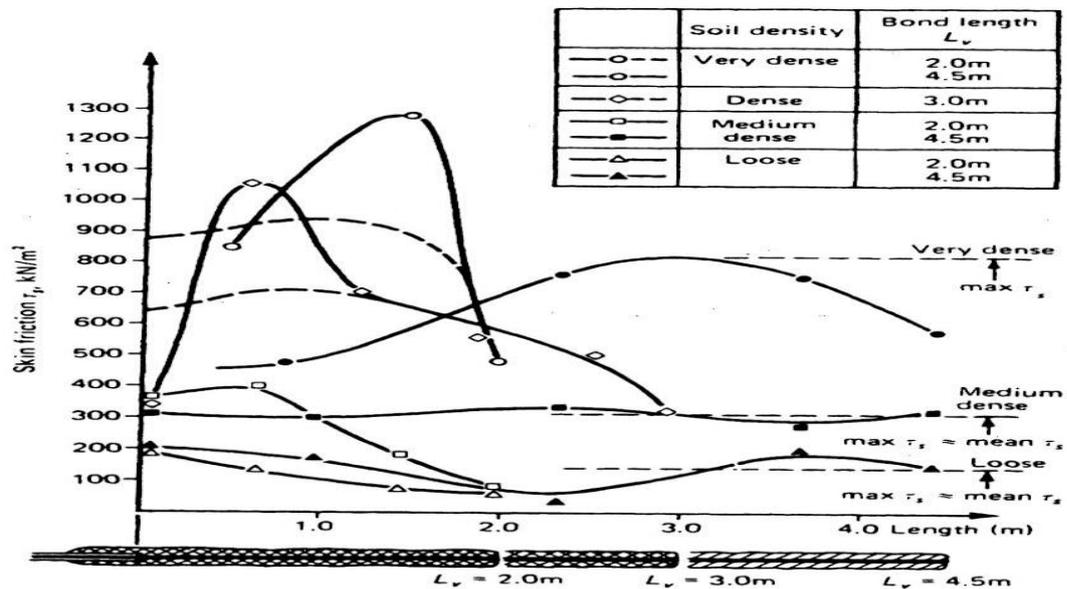


Figure 1.27 Distribution à long terme des contraintes de cisaillement en fonction de la longueur scellée d'après (Ostermayer et Schelle, 1978)

DAVIS et PLUMELLE (1979) ont mené une expérimentation sur des tirants d'ancrage dont le bulbe était constitué d'un cylindre de coulis de ciment de diamètre constant de 200 mm coulés dans des moules en PVC et de longueur variable. L'armature dont les tirants d'ancrage ont été ancrés horizontalement à des profondeurs variables dans le sable de Fontaine Bleue à la densité égale à 1,51 et à l'angle de frottement égale à 33° était constituée par l'acier T 32. Ils ont utilisé des bandes horizontales constituées de sable noir afin de



visualiser les déplacements et des jauges pour la mesure des efforts à l'intérieur des tirants d'ancrage ; le dispositif est schématisé sur la figure 1.28. La traction de rupture (T) était fixée à priori et les tirants d'ancrage ont ensuite été soumis à des paliers successifs de chargement croissant avec des valeurs égales au dixième de la charge de rupture supposée.

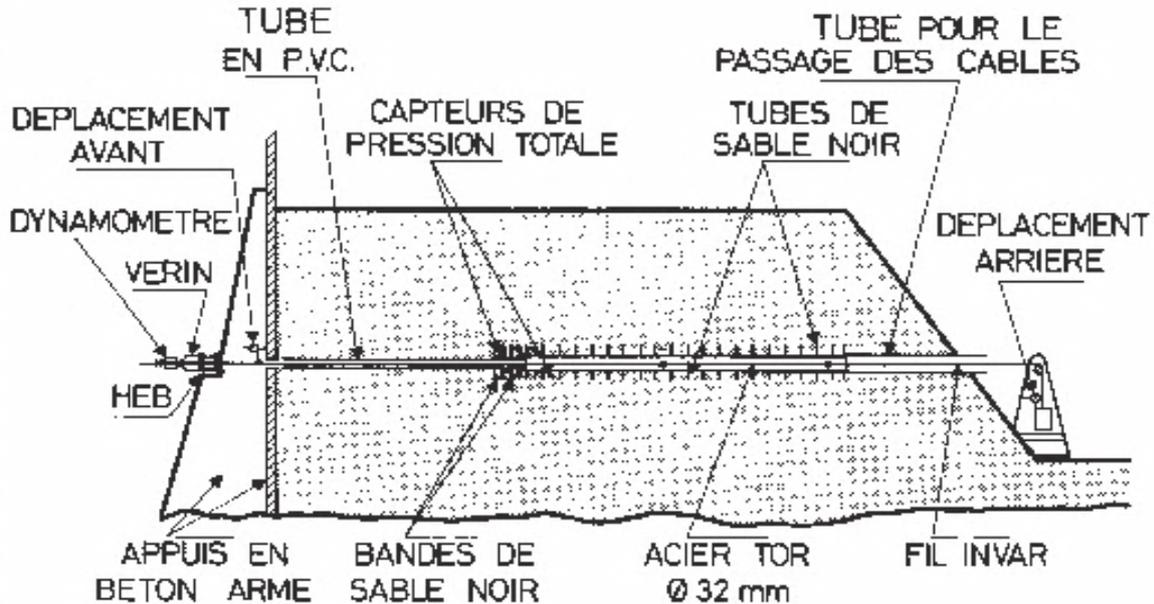


Figure 1.28 Schéma du dispositif d'essai d'après (Davis et Plumelle ,1979)

DAVIS et PLUMELLE (1979) ont constaté que les déplacements augmentent non linéairement avec l'augmentation de la charge comme le schématise la figure 1.29.

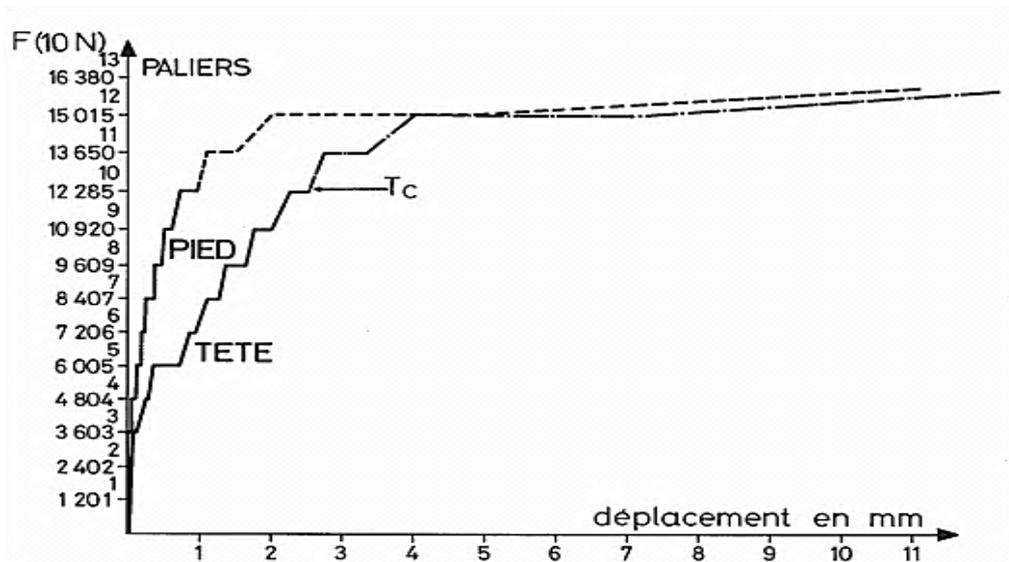


Figure 1. 29 Déplacement en tête et en pied du tirant d'ancrage au cours des paliers de chargement d'après (Davis et Plumelle ,1979)

PERTRASOVITS (1981) a effectué des essais expérimentaux en vraie grandeur sur un tirant d'ancrage dans un sol pulvérulent à Budapest en Hongrie. Il a placé des jauges à cinq niveaux de l'extrémité inférieure de la partie scellée (0,5 m, 2 m, 4 m, 5,5 m, 6 m) pour



étudier la distribution de la charge le long de la partie scellée ; les caractéristiques du tirant d'ancrage, les caractéristiques du sol, les valeurs de la pression d'injection ainsi que la quantité du coulis apparaissent sur la figure 1.30.

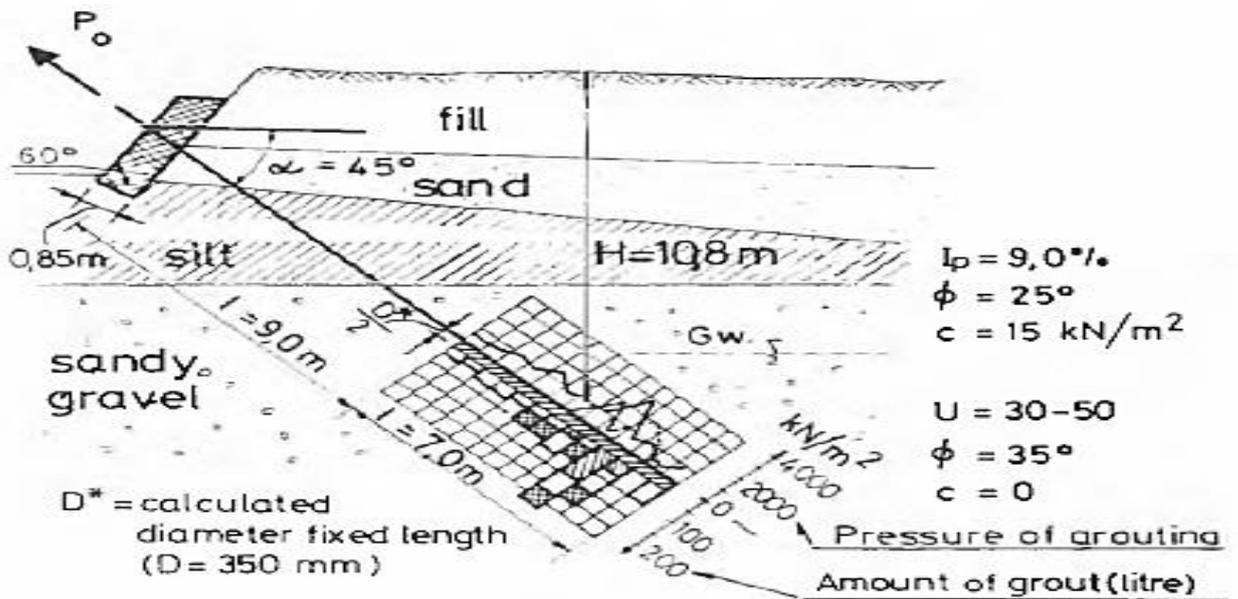


Figure 1. 30 Caractéristique du sol et du tirant d'ancrage d'après (Pertrasovits , 1981)

PERTRASOVITS (1981) a constaté que la charge limite dépend de la densité du sol ainsi que la pression d'injection et que les déplacements augmentent avec l'accroissement de la force d'arrachement comme l'indique la figure 1.31.

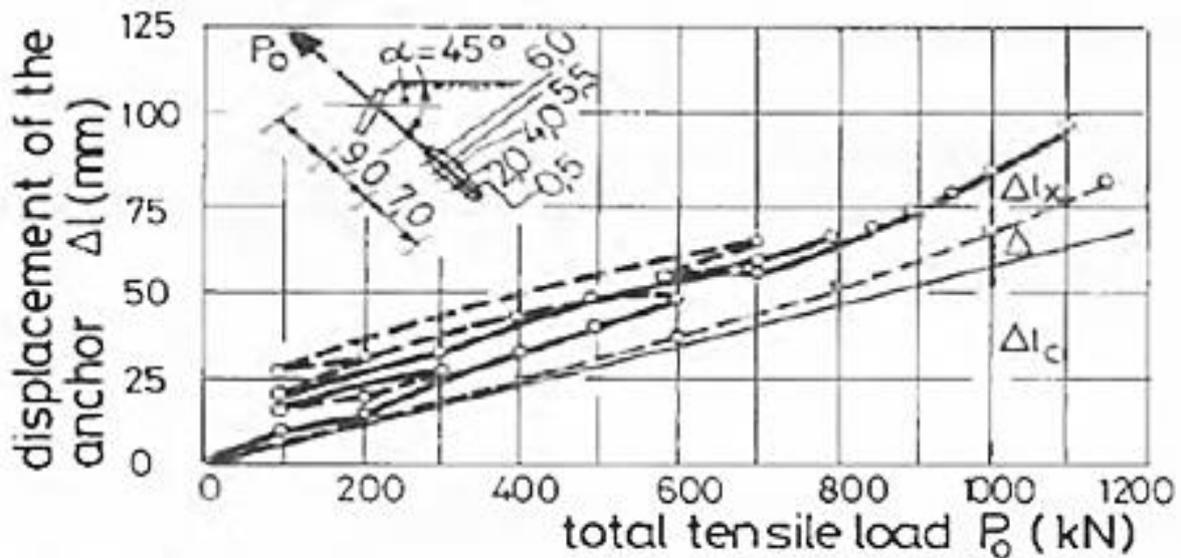


Figure 1. 31 L'évaluation du déplacement en fonction de la force d'arrachement d'après (Pertrasovits , 1981)

Les résultats expérimentaux ont montré que la charge diminue à partir de l'extrémité supérieure de la partie scellée comme le traduit la figure 1.32.

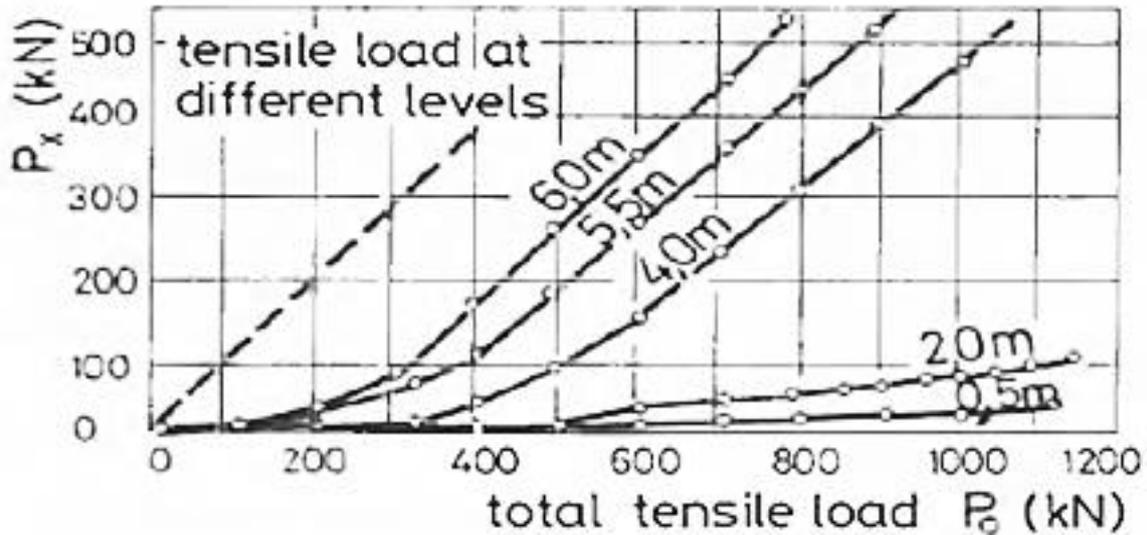


Figure 1.32 Evaluation de la charge à différents niveau de la partie scellée d'après (Pertrasovits, 1981)

SUNG –CHI HSU et CHIN-MING CHANG (2007) ont effectué une étude expérimentale en vraie grandeur sur le comportement des tirants d'ancrages installés dans un sol pulvérulent à Taichung à Taïwan.

Pour cela, ils ont utilisé dix-sept tirants d'ancrage : cinq tirants d'ancrage peu profonds et douze tirants profonds qui étaient tous installés verticalement et soumis à des efforts d'arrachement. Les figures 1.33, 1.34 montrent les dimensions des tirants d'ancrages peu profonds et profonds et leurs installations expérimentales respectives.

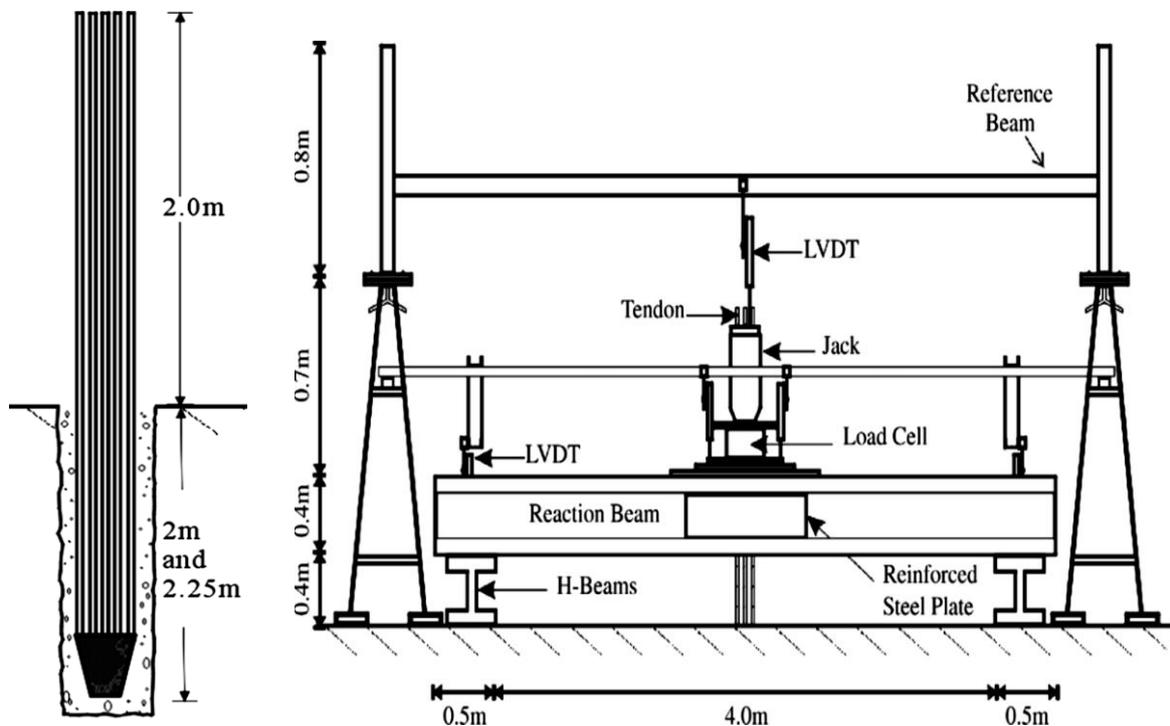


Figure 1.33 L'installation expérimentale pour les tirants d'ancrage peu profonds ainsi que leurs dimensions d'après (Sung-Chi et Chin-Ming, 2007)

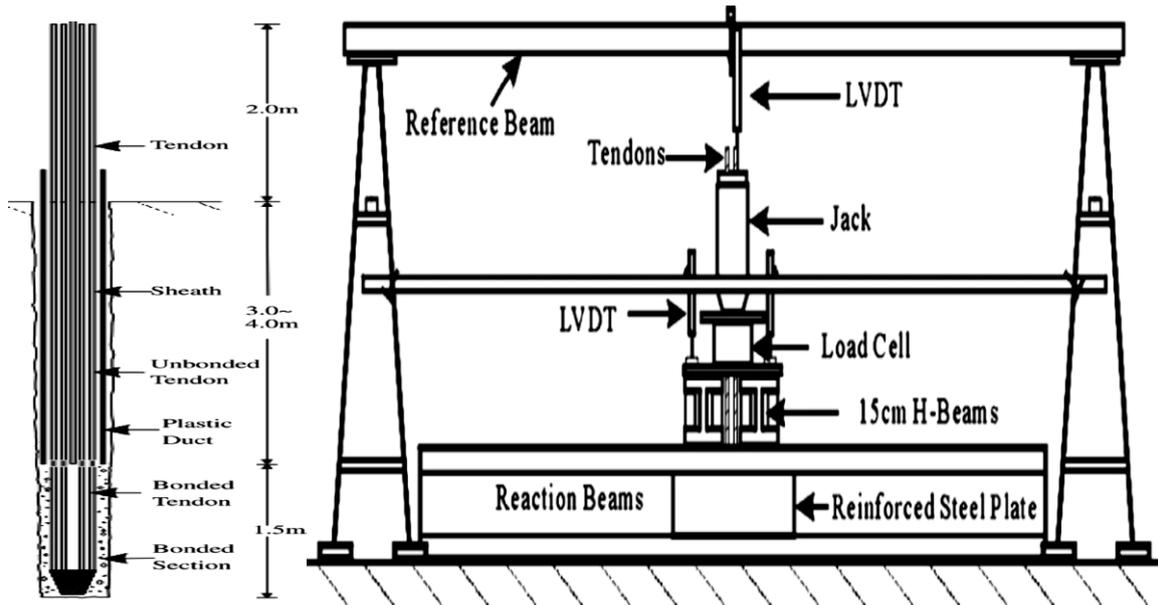


Figure 1.34 L'installation expérimentale pour les tirants d'ancrage profonds ainsi que leurs dimensions d'après (Sung-Chi et Chin-Ming ,2007)

A travers leurs expériences, les auteurs ont constaté que les déplacements à la tête des tirants d'ancrage peu profonds et profonds sont non linéaires comme l'illustre la figure 1.35.

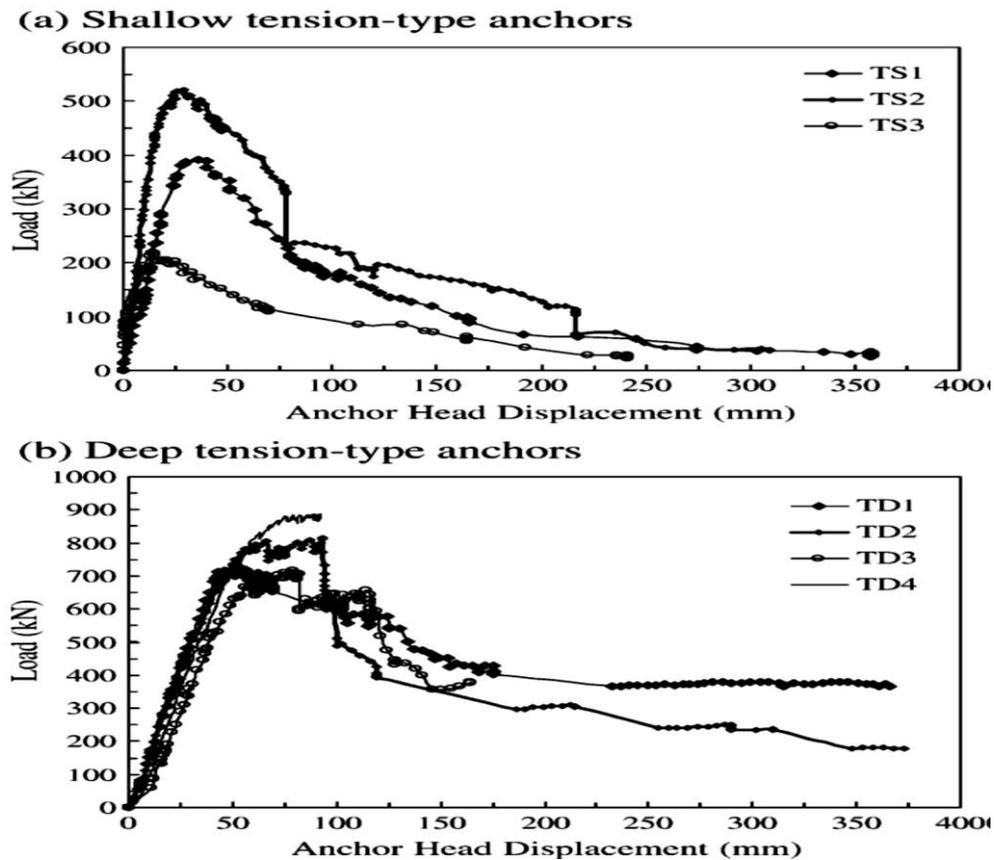


Figure 1.35 La relation entre le déplacement à la tête du tirant d'ancrage et la charge pour les tirants d'ancrage profonds et peu profonds d'après (Sung-Chi et Chin-Ming ,2007)



Les charges de rupture obtenue dans cette étude pour les tirants d'ancrage profonds étaient compatibles à ceux obtenus par OSTERMAYER et SCHELLE (1974) comme le démontre la figure 1.36.

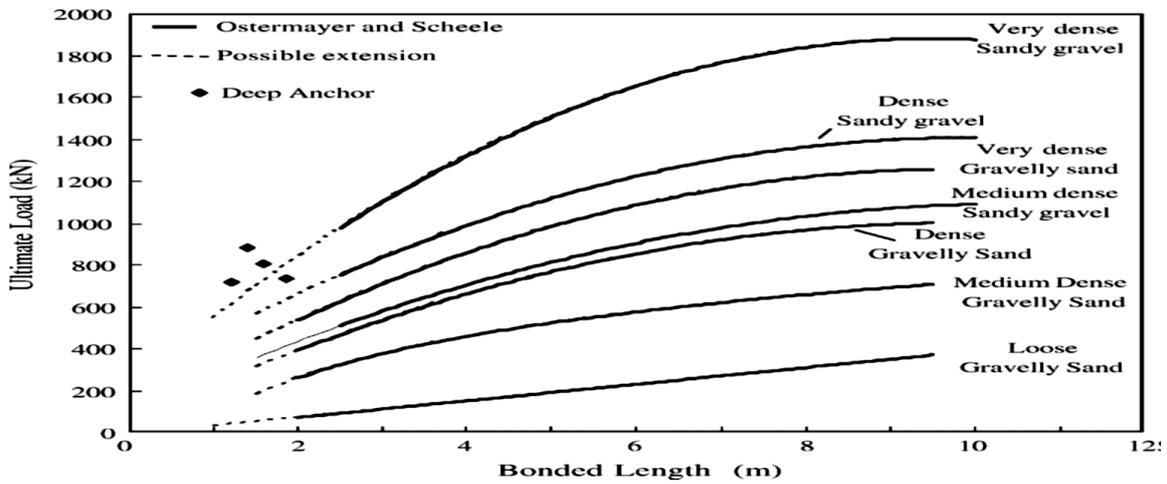


Figure 1.36 La comparaison des charges de rupture des tirants d'ancrage profonds et ceux d'Ostermayer et Schelle en 1974 pour deux types de sols granulaires d'après (Sung-Chi et Chin-Ming ,2007)

HUYBRECHTS et al. (2008) ont réalisé une campagne d'essais en vraie grandeur. Ces essais étaient menés à la station expérimentale du CSTC à Limelette (en Belgique) sur différents types de tirants d'ancrage verticaux ainsi qu'inclinés qui ont été mis en œuvre dans les différentes couches qui constituent le sol de Limelette comme c'est indiqué sur la figure 1.37.

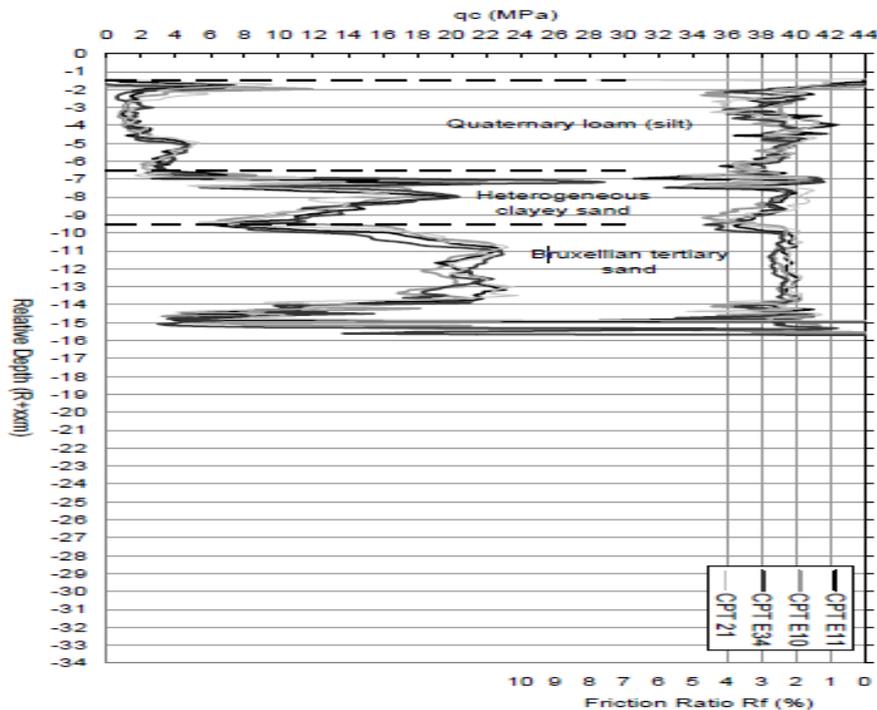


Figure 1.37 Les différentes couches qui constituent le sol de Limelette d'après (Huybrechts et al. ,2008)

Cette campagne d'essais avait pour objectif l'examen de l'effet des caractéristiques du sol, des types des tirants d'ancrage et de leurs inclinaisons, des dimensions des perforations, de la



pression d'injection sur la charge de rupture et aussi, l'établissement d'un document technique pour la conception et la mise en œuvre des tirants d'ancrage.

Trois étapes à dessein ont été envisagées :

- **Première phase** : Cinq tirants d'ancrage de type IGU (injection globale et unique) ont été installés en Mai 2005 et testés entre le mois de Juin/Juillet 2005.
- **Deuxième phase** : 49 tirants d'ancrage ont été installés et ont été testés en 2006.
- **Troisième phase** : Huit tirants d'ancrage subdivisés en deux ont été expérimentés. Cinq de type IGU ont été ancrés dans le sable sur une durée de deux mois (Mars et Avril 2008) et trois de type IRS (injection répétitive et sélective) ont été ancrés dans la vase et testés entre le mois de Mai/Juin 2008.

La figure 1.38 montre la disposition des tirants d'ancrage dans le sol.

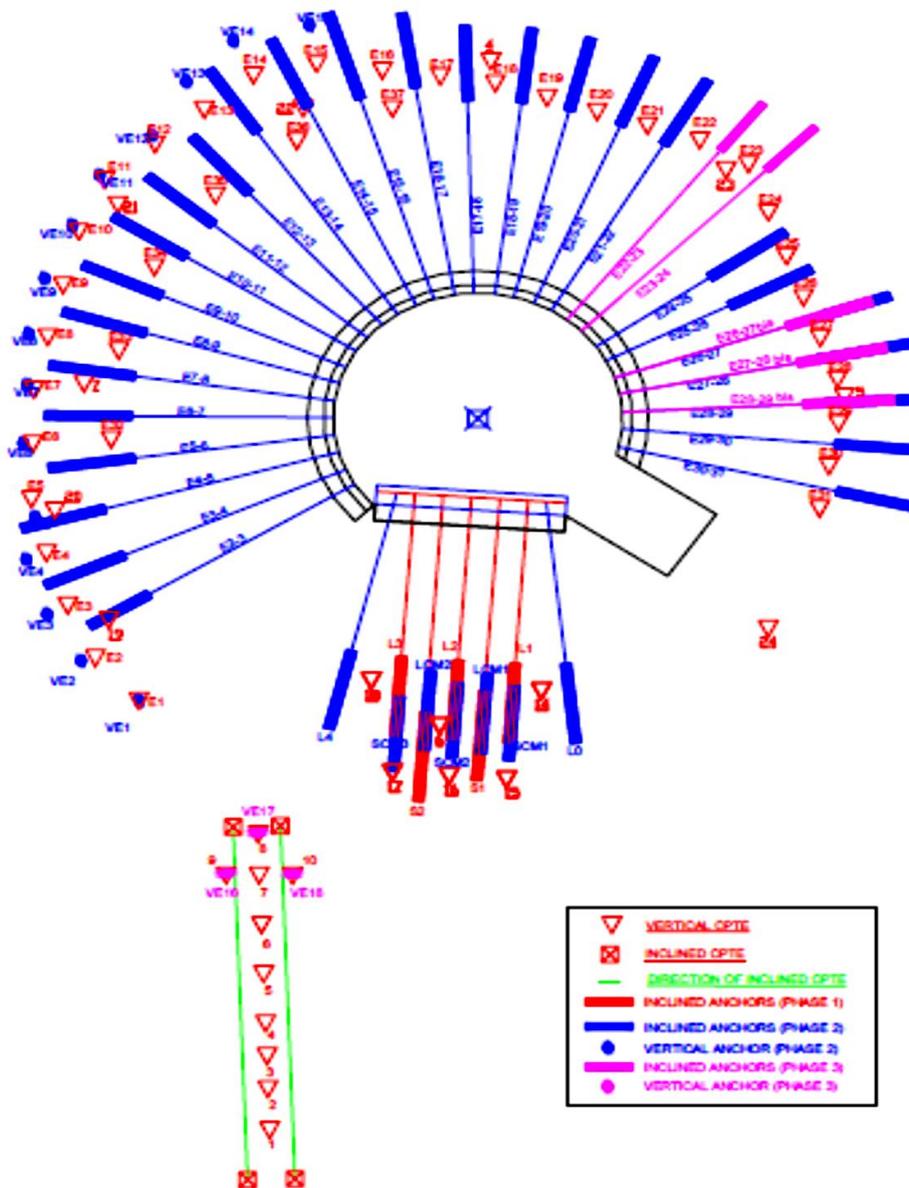


Figure 1.38 La disposition des tirants d'ancrage phase 1 (2005); Phase 2 (2006-2007); Phase 3 (2008) et la disposition de l'essai de pénétration au cône vertical et incliné d'après (Huybrechts et al. ,2008)



Après la mise en tension des tirants d'ancrage, une trentaine de ces dispositifs ont été déterrés pour des raisons que voici :

- Mesurer les dimensions des diamètres de la partie scellée des différents types des tirants d'ancrage ;
- Déterminer l'inclinaison réelle des tirants d'ancrage ;
- Examiner l'effet de la pression d'injection sur la forme du bulbe des tirants d'ancrage ;
- Visualiser les fissures ;

La zone d'excavation est illustrée dans les figures 1.39, 1.40.

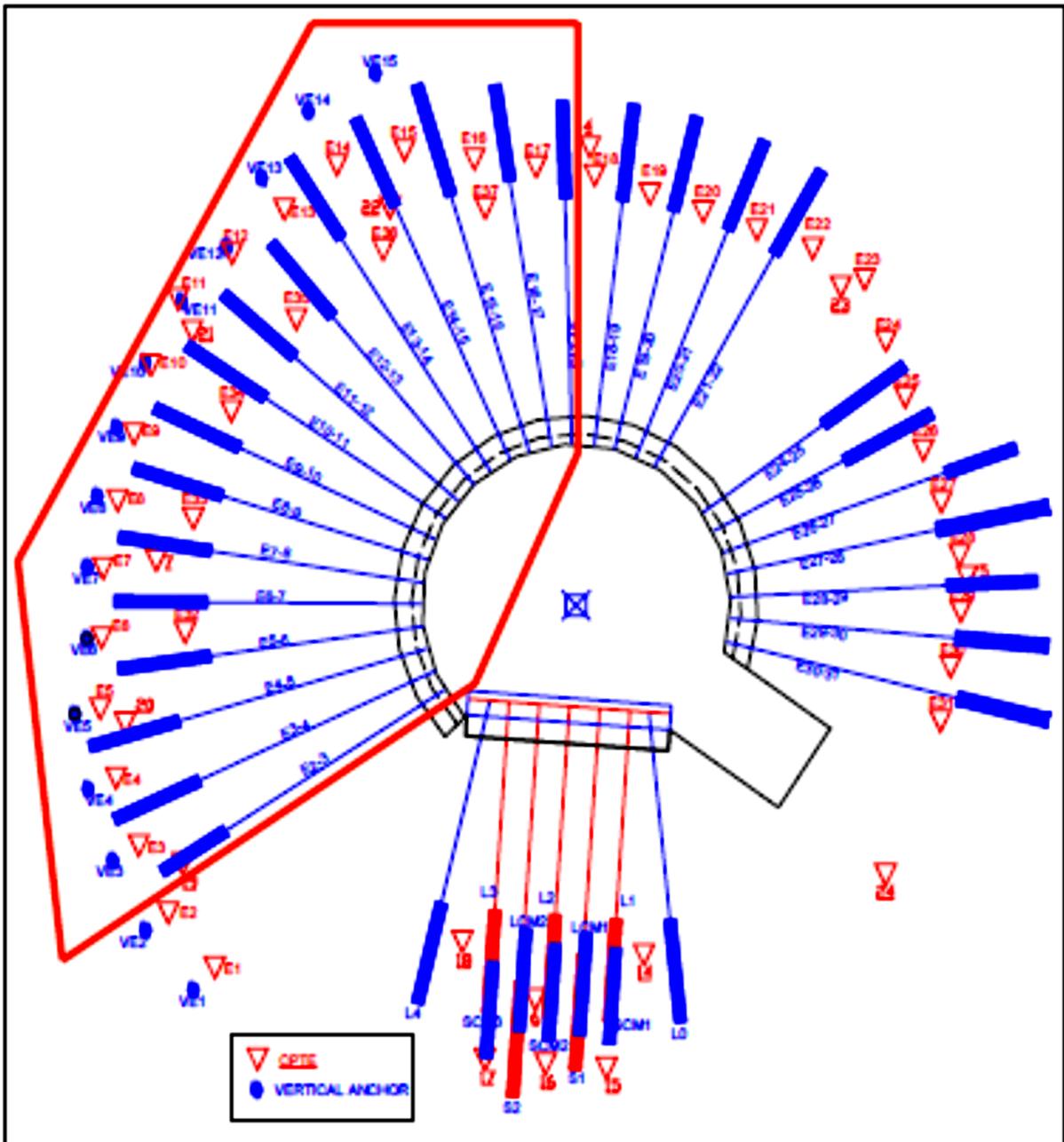


Figure 1.39 La zone sélectionnée pour l'excavation d'après (Tomboy et Huybrechts, 2008)



Figure 1.40 Photo de la zone excavée dans le site expérimental de Limelette d'après (Tomboy et Huybrechts, 2008)

Les observations expérimentales, relevées au cours de l'excavation des tirants d'ancrage dont la partie scellée est ancrée dans le sable ont permis de constater:

- L'apparition des fissures longitudinales et transversales dans la zone de transition entre la longueur libre et la longueur scellée du tirant d'ancrage ; les fissures sont plus importantes dans les tirants d'ancrage inclinés et cela est dû aux effets thermiques, aux efforts résiduels et au rétrécissement du coulis tandis pour les tirants verticaux les fissures apparaissent le long des deux premiers mètres.
- En ce qui concerne l'aspect du coulis, il s'avère dépendant du type des tirants d'ancrage et des caractéristiques du sol environnant (figure 1.41)
- Quant à l'inclinaison des tirants d'ancrage par rapport à leurs positions réelles mesurées, il a été constaté qu'elle satisfait aux limites proposés par la norme NF EN1537 (2000) et que la tolérance globale de la déviation de forage devra être limitée à 1/30 de la longueur du tirant d'ancrage.



(a)



(b)

Figure 1.41 Image représentant les dégradations de coulis dans deux types des tirants d'ancrage après excavation, (a) type IGU, (b) type IRS d'après (Tomboy et Huybrechts, 2008)



Les figures 1.42, 1.43 donnent un aperçu sur le diamètre mesuré par rapport au diamètre nominal le long de la partie scellée. D'après les mesures et les observations, des épaisissements locaux se manifestent, le diamètre de perforation et le débit d'injection du coulis influent sur le diamètre réel du tirant d'ancrage.

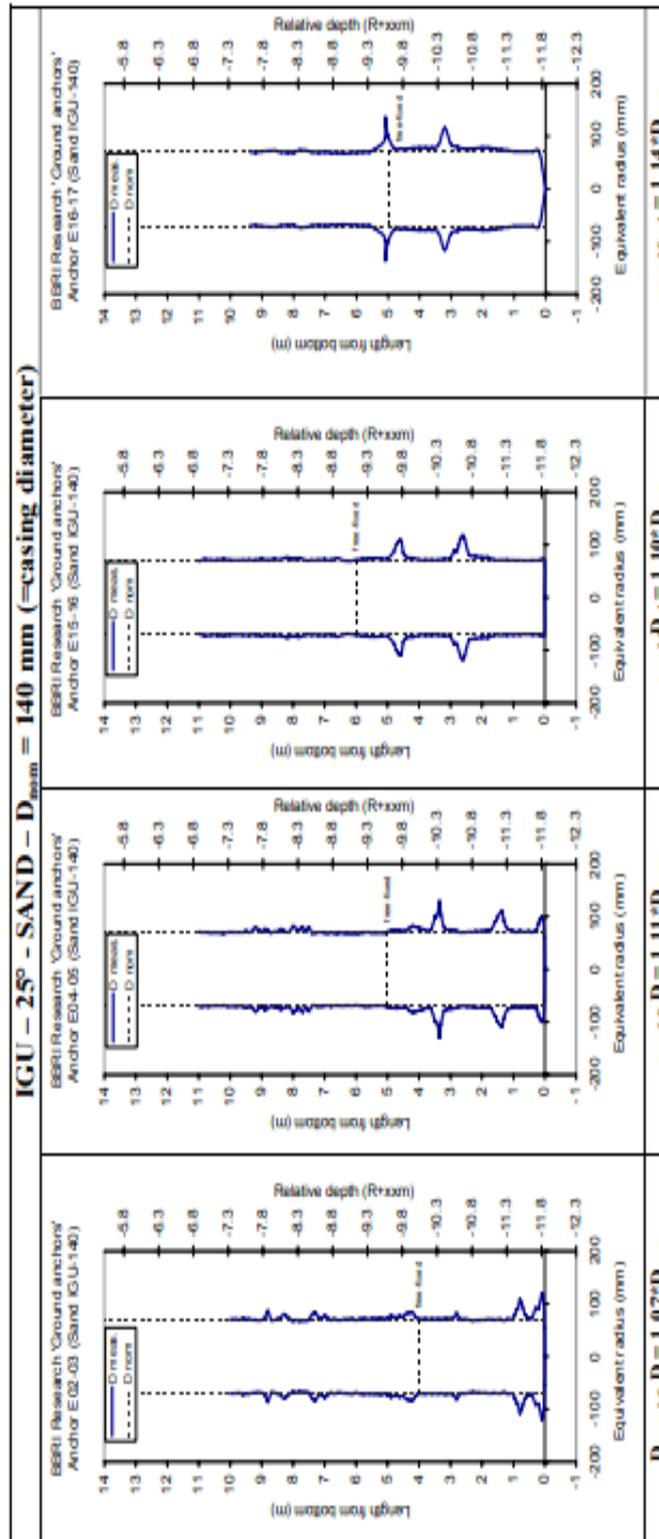


Figure 1.42 Représentation du diamètre mesuré après excavation le long de la partie scellée du tirant d'ancrage type IRG incliné à 25° dans le sable d'après (Tomboy et Huybrechts, 2008)

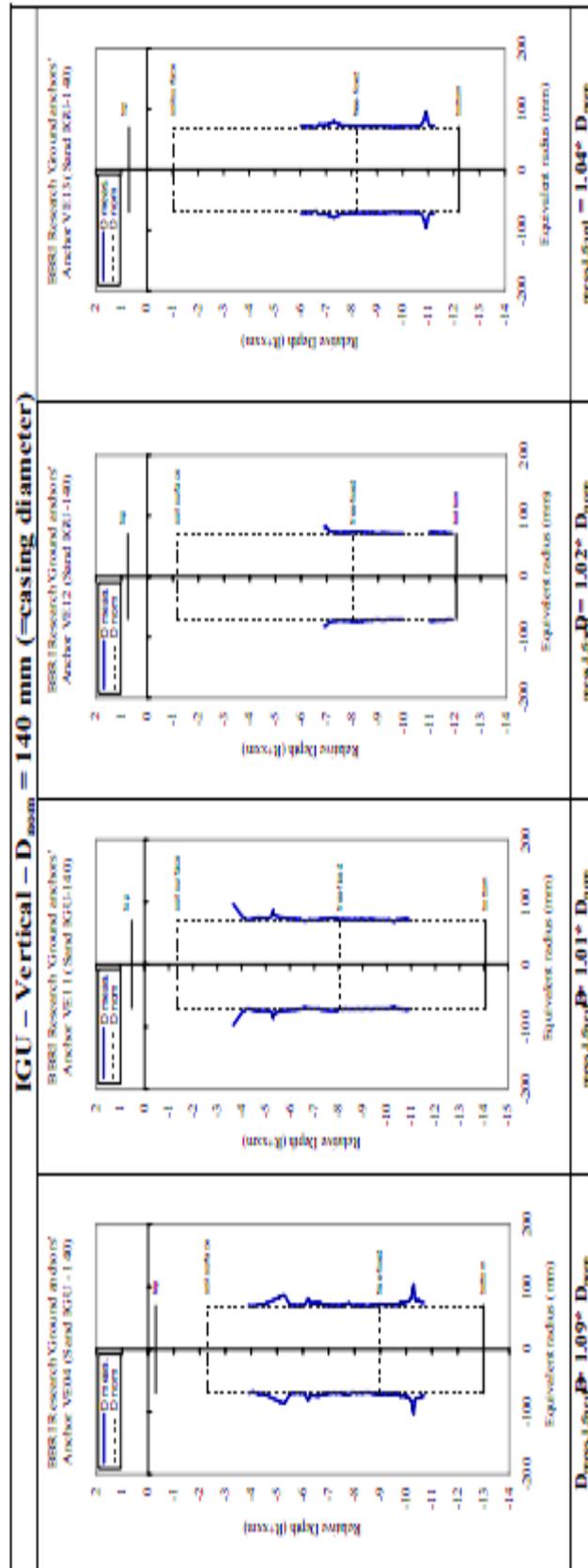


Figure 1.43 Représentation du diamètre mesuré après excavation le long de la partie scellée du tirant d'ancrage type IRG placé verticalement dans le sable d'après (Tomboy et Huybrechts ,2008)



1.10.4 Approches numériques

DESAI et al. (1986) ont effectué une modélisation numérique en trois dimensions avec la méthode des éléments finis pour simuler un essai expérimental d'un tirant d'ancrage incliné à 20° placé dans le sable à Munich en Allemagne comme le représente la figure 1.44. Les déplacements ont été mesurés à la tête du tirant d'ancrage. Le sable est modélisé par un comportement élasto-plastique et les paramètres du sol sont déterminés à partir d'un essai au laboratoire.

La distribution des charges le long du tirant d'ancrage est mesurée par des jauges électriques.

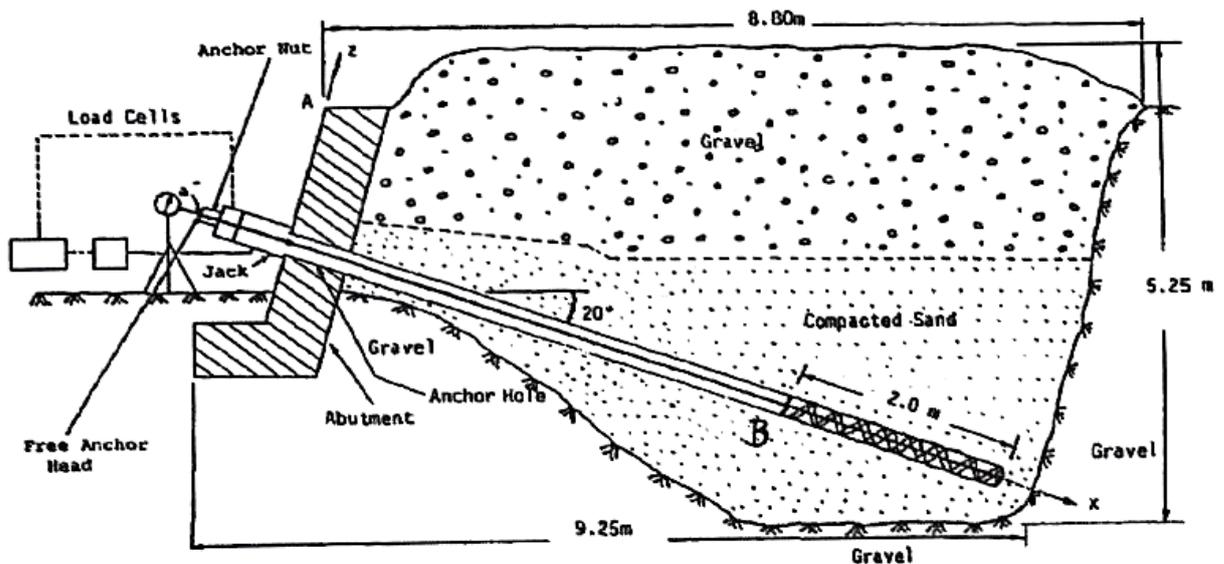


Figure 1.44 Un schéma de principe de l'essai d'après (Desai et al. ,1986)

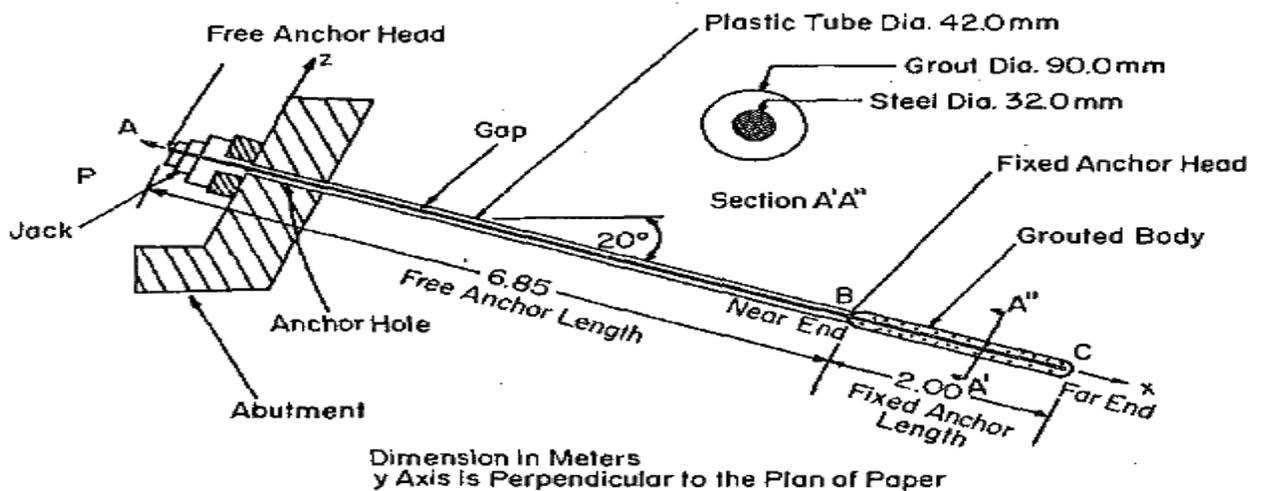
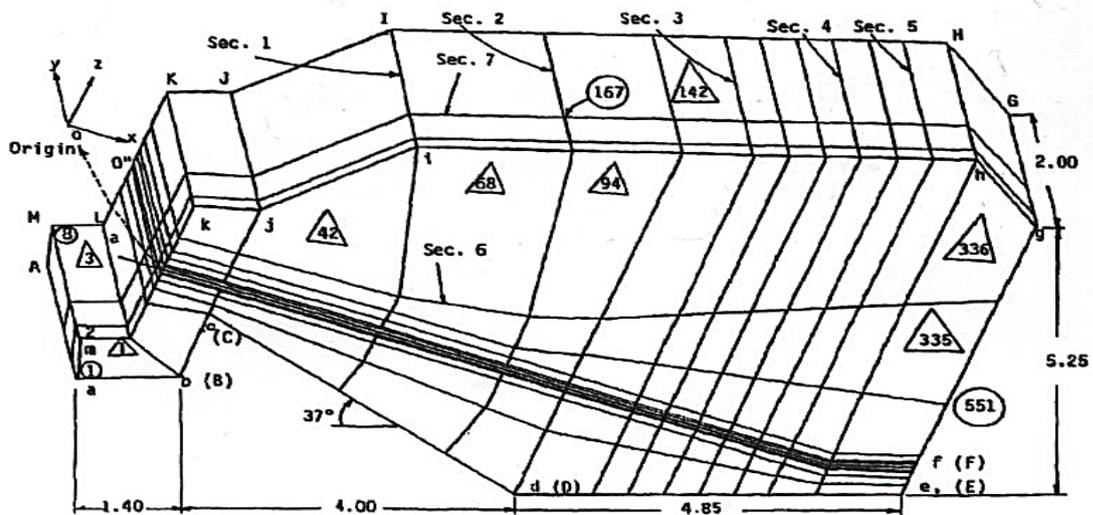
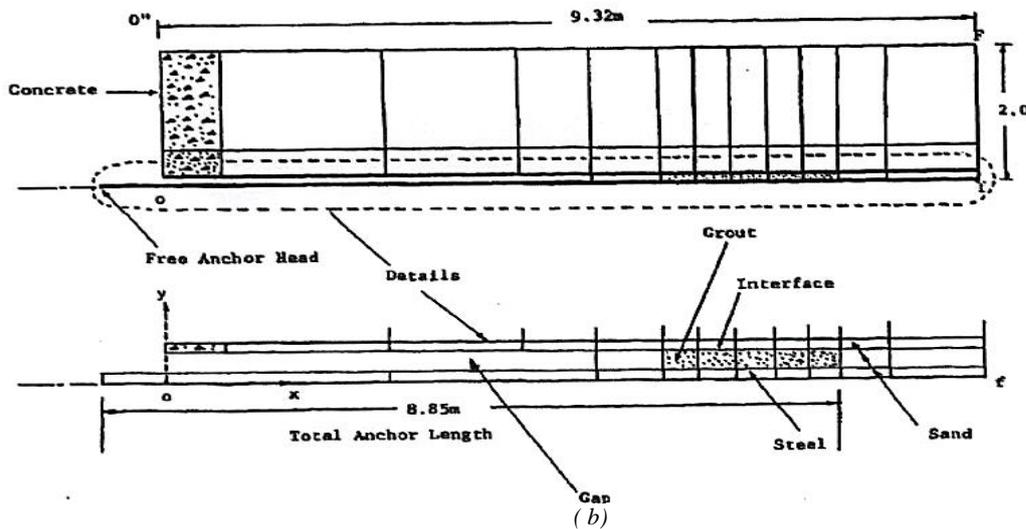


Figure 1.45 Détail des composants du tirant d'ancrage d'après (Desai et al. ,1986)

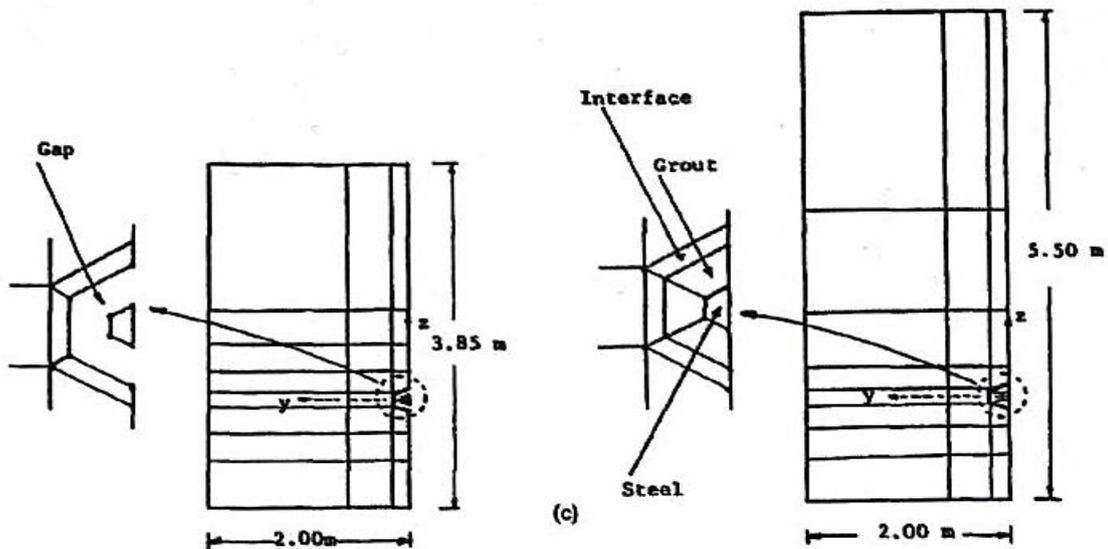
Le maillage en éléments finis utilisé dans cette analyse est indiqué par la figure 1.46. Il est composé de 352 éléments hexaèdres avec 580 nœuds, l'interaction entre le coulis du ciment et le sable environnant est modélisé par des éléments d'interface.



(a)



(b)



(c)

Figure 1.46 Détails de maillage en éléments finis
(a) global, (b) le long du tirant d'ancrage, (c) à travers le tirant d'ancrage d'après (Desai et al., 1986)



DESAI et al. (1986) ont réalisé trois analyses en supposant que le comportement du sable est linéaire, non linéaire sans éléments d'interface et non linéaire avec éléments d'interface. Elles ont été comparées avec les mesures in-situ. Ils ont constaté que les déplacements sont non linéaires comme c'est indiqué sur la figure 1.47 et que le mécanisme de transfert de charge est non linéaire aussi comme s'est indiqué sur la figure 1.48. Les résultats obtenus fournissent une bonne cohérence avec les résultats expérimentaux.

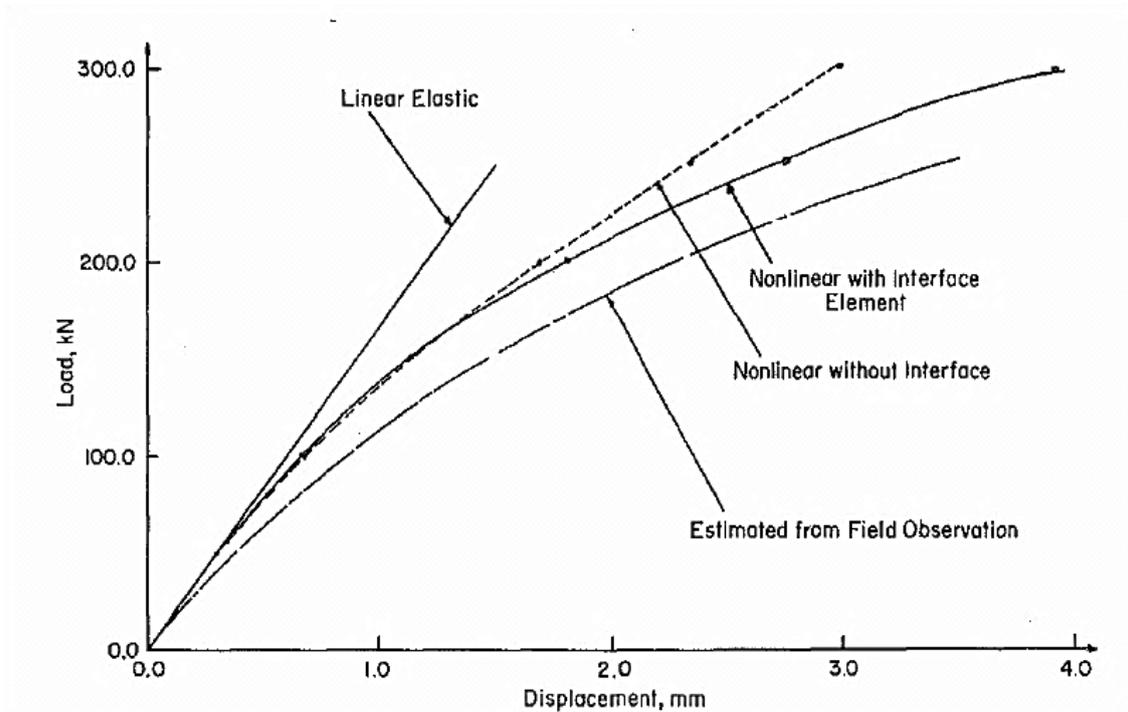


Figure 1.47 Comparaison des courbes efforts-déplacements à la tête du tirant d'ancrage d'après (Desai et al. ,1986)

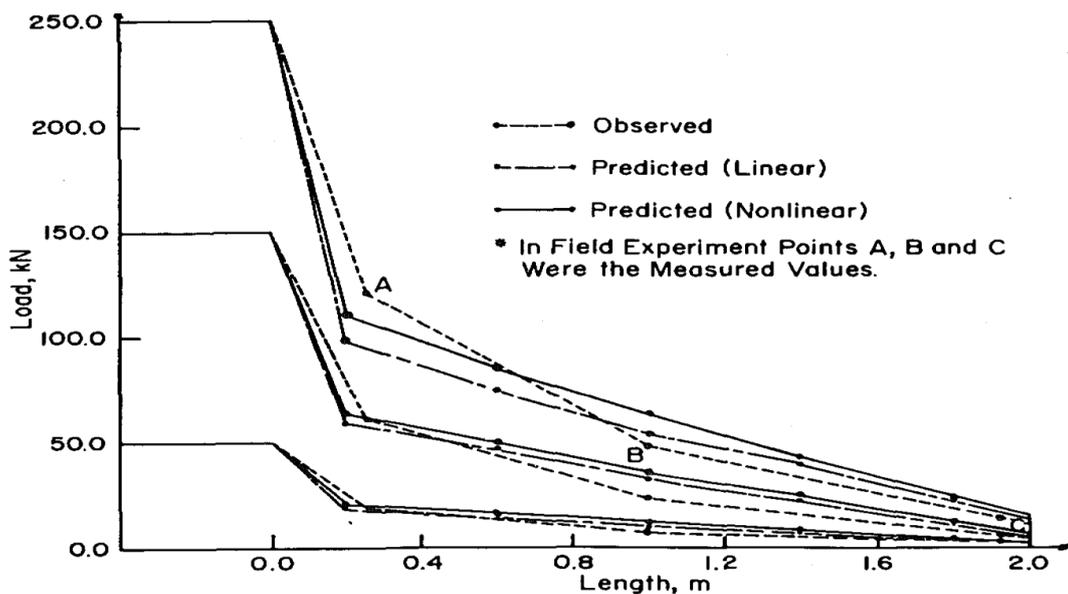


Figure 1.48 La distribution de la charge dans l'acier le long de la partie scellée d'après (Desai et al. ,1986)



BENAMARA (2018) a effectué une étude numérique bidimensionnelle basée sur la méthode des éléments finis utilisant les logiciels PLAXIS 8.6 et GEO FEM pour déterminer la longueur minimale d'un tirant d'ancrage isolé et incliné placé dans un sol frottant.

Le tirant d'ancrage est modélisé avec le logiciel PLAXIS 8.6 par deux éléments : un élément nœud à nœud considéré comme longueur libre et un élément géogrille (longueur de scellement) comme c'est indiqué sur la figure 1.49.

Le tirant d'ancrage est modélisé avec le logiciel GEO FEM au moyen d'un élément barre élastique résistant à la traction de diamètre 20mm sur la partie libre et d'élément poutre en béton sur la partie scellée (figures, 1.50).

Elle a constaté que la surface de rupture principale ne coupe pas la longueur de scellement au milieu mais à une longueur restante $L_c > L_0/2$ derrière la surface de rupture principale comme s'est indiqué sur les figures 1.51 et 1.52.

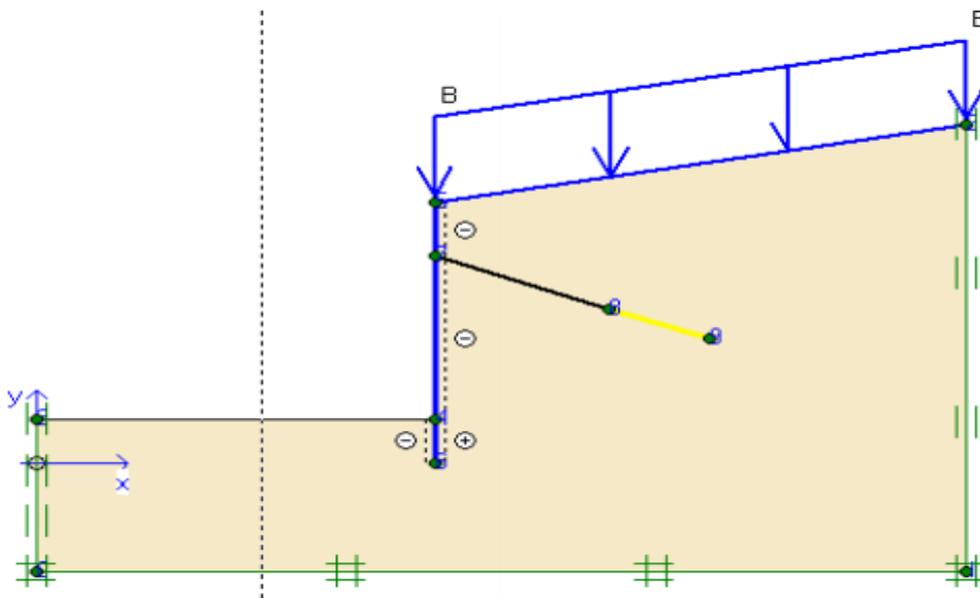


Figure 1.49 Le modèle numérique avec le logiciel PLAXIS 8.6 proposé par (Benamara ,2018)

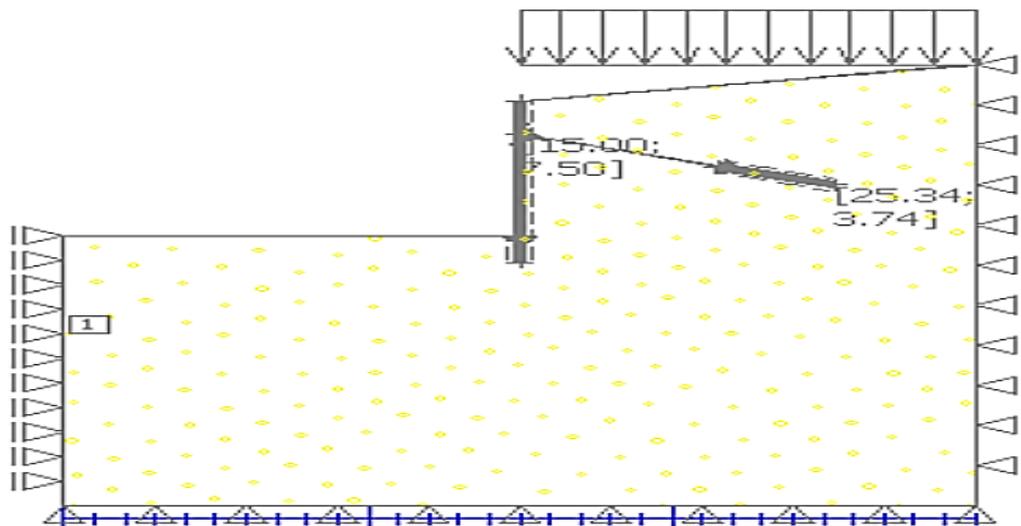


Figure 1.50 Le modèle numérique avec le logiciel GEO FEM proposé par (Benamara ,2018)

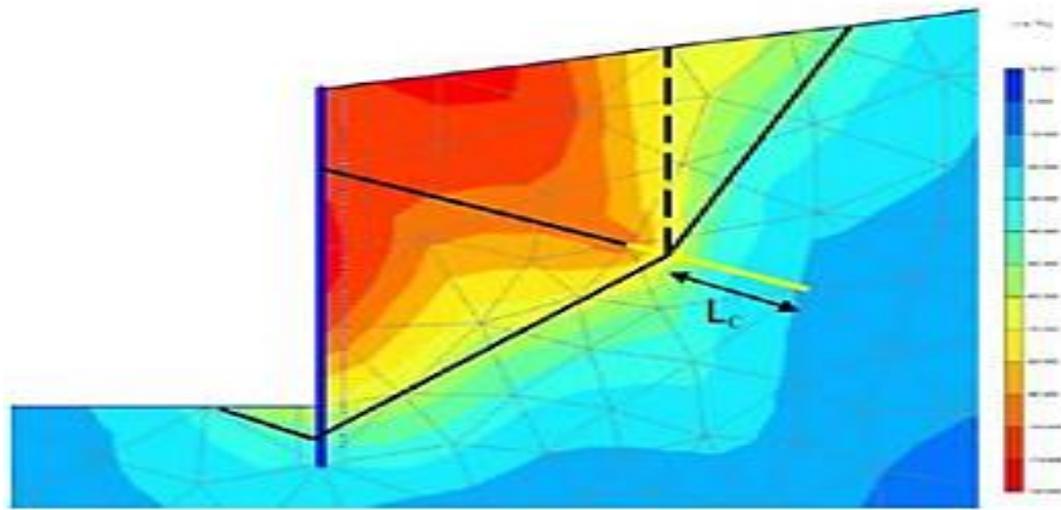


Figure 1.51 Mécanisme de rupture obtenu avec le logiciel PLAXIS 8.6 d'après (Benamara ,2018)

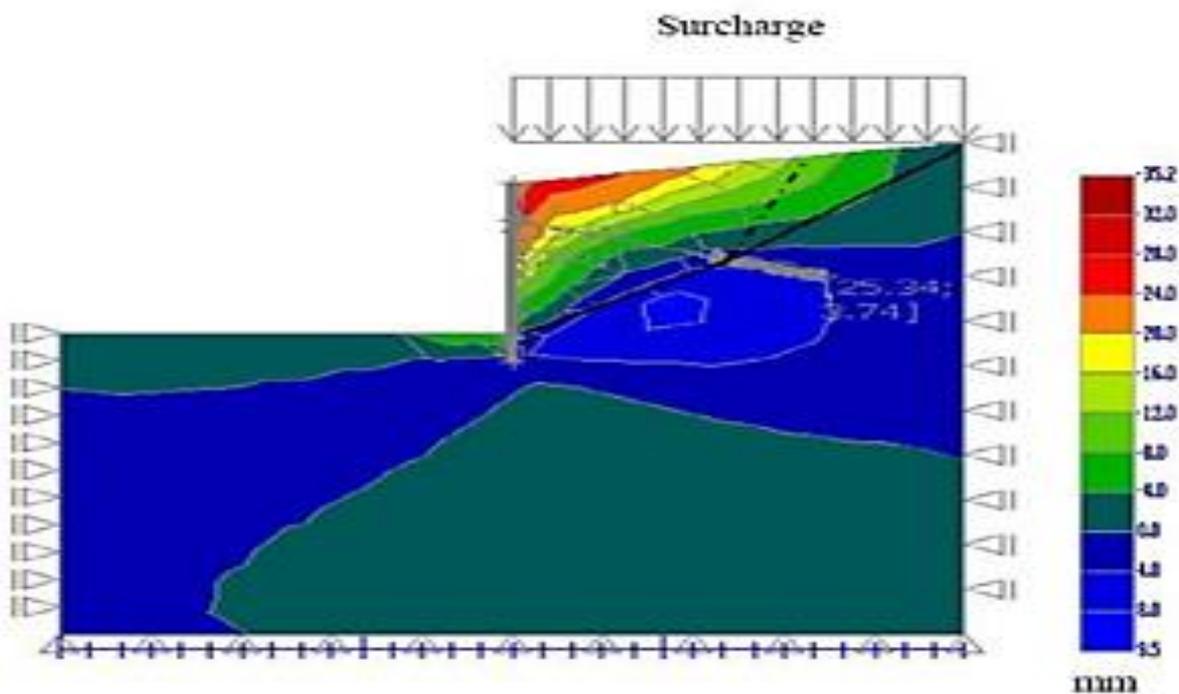


Figure 1.52 Mécanisme de rupture obtenue avec le logiciel GEO FEM d'après (Benamara ,2018)

1.11 Conclusion :

De nos jours, l'utilisation des tirants d'ancrage dans le génie civil est très répandue. Leur rôle est de transmettre les forces de traction auxquels ils sont soumis à une couche de sol résistante en prenant appui sur la structure à ancrer. Le recours à cette technique, constitue une bonne alternative par opposition à d'autres techniques de confortement.

Nous avons présenté dans ce chapitre les notions de base sur les tirants d'ancrages, les types et les applications, ensuite ; nous avons rassemblé et exploré les résultats des travaux



effectués par différentes approches : empiriques, théoriques, expérimentales et numériques sur des dispositifs placés dans les sols pulvérulents et soumis à un chargement axial statique. Au terme de cette analyse, nous pouvons retenir les principaux points suivants :

- La majorité des recherches antérieures sur l'analyse du comportement des tirants d'ancrage étaient basées sur des essais expérimentaux en vraie grandeur ;
- Très peu d'analyses numériques étaient effectuées pour déterminer la charge limite et le mécanisme de transfert de charge des tirants d'ancrage placés dans les sols frottant ;
- D'après ces études, les principaux paramètres qui sont mis en jeu : l'angle de frottement interne du sol, la densité, la longueur et le diamètre de la partie scellée, la pression d'injection. Néanmoins, il existe d'autres facteurs susceptibles d'influencer le comportement des tirants d'ancrage qui est complexe comme : l'inclinaison des tirants d'ancrage, les dimensions de la longueur libre, les caractéristiques mécaniques de l'armature et son diamètre, les dimensions des perforations, le mode de scellement, les caractéristiques et quantité du coulis d'injection. Cette complexité provoque la difficulté de l'estimation de la charge limite qui est nécessaire pour la conception ;
- Les solutions analytiques qui ont été développées se sont basées sur des hypothèses simplificatrices ;
- Les essais expérimentaux ont montré que l'augmentation de la force de rupture des tirants d'ancrage est proportionnelle à l'augmentation de la densité du sol, de l'angle de frottement interne, de la longueur et du diamètre de la partie scellée ainsi que l'accroissement de la pression d'injection ajouté à cela les déplacements sont non linéaires ;

Dans les chapitres suivants, nous présentons une étude sur le comportement d'un tirant d'ancrage rugueux, incliné et isolé, placé dans un sol homogène et isotrope (granulaire) soumis à un chargement statique axial avec l'utilisation de la borne supérieure de la théorie de l'analyse limite dans le cas du critère de MOHR-COULOMB et la règle d'écoulement associée en vue de déterminer le mécanisme de rupture et évaluer la charge limite.

Les résultats obtenus seront confrontés avec ceux des REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020).

Chapitre 2

La théorie de l'analyse limite



Chapitre 2

La théorie de l'analyse limite

2.1 Introduction

L'analyse limite ou le calcul à la rupture est une méthode analytique qui vise à déterminer si un ouvrage avec une géométrie donnée supportera le chargement qui lui est appliqué, compte tenu des caractéristiques des matériaux qui le constituent. Pour ce faire, on pose comme condition nécessaire à la stabilité de l'ouvrage, la compatibilité entre son équilibre quasi-statique et les conditions imposées par ses capacités de résistance.

Elle permet d'établir des chargements extrêmes par deux approches distinctes : l'approche statique par l'intérieur et l'approche cinématique par l'extérieur.

Dans ce chapitre, nous rappelons les notions fondamentales de la théorie de l'analyse limite ainsi nous présentons les deux approches qui la constituent.

2.2 Généralités sur la plasticité des sols

Nous allons rappeler ici quelques notions fondamentales sur le comportement des sols à la rupture en nous limitant à celles qui sont utilisées dans les méthodes d'études de la stabilité.

2.2.1 Critères d'écoulement-surface de charge

De façon générale, pour un petit élément (macroscopique) de matière, sous une sollicitation quelconque définie par le tenseur des contraintes (σ) agissant sur lui, l'expérience montre que la notion de seuil de plasticité, correspondant au cas unidimensionnel, est remplacée par celle du critère d'écoulement ou du critère de plasticité du matériau.

Il existe une fonction (f) à valeur scalaire, de l'état de contrainte (σ) de l'élément, telle que :

- $f(\sigma) < 0$ correspondant au domaine de l'élasticité du matériau ;
- $f(\sigma) > 0$ correspondant à l'apparition de la déformation irréversible ou de l'écoulement plastique ;

C'est à l'égalité $f(\sigma)=0$ que l'on donne le nom de critère de plasticité ou de critère d'écoulement. La fonction (f) est appelée surface de charge et la surface $f(\sigma)=0$ dans l'espace (σ) est surface de rupture (figure 2.1). Dans le cas du matériau parfaitement plastique, la fonction de charge ne varie pas ; la surface de charge est une surface fixe et les déformations plastiques se produisent si (σ) est sur cette surface et (y) reste.



Dans le cas du matériau écouvissable, la fonction de charge change au fur à mesure du développement des déformations permanentes. On doit alors distinguer la surface de charge initiale et la surface de charge actuelle (figure 2.1) pour tenir compte de l'écrouissage. On notera le critère de plasticité sous la forme $f(\sigma, e)=0$ ou (e) symbolisant l'ensemble des paramètres d'écrouissage.

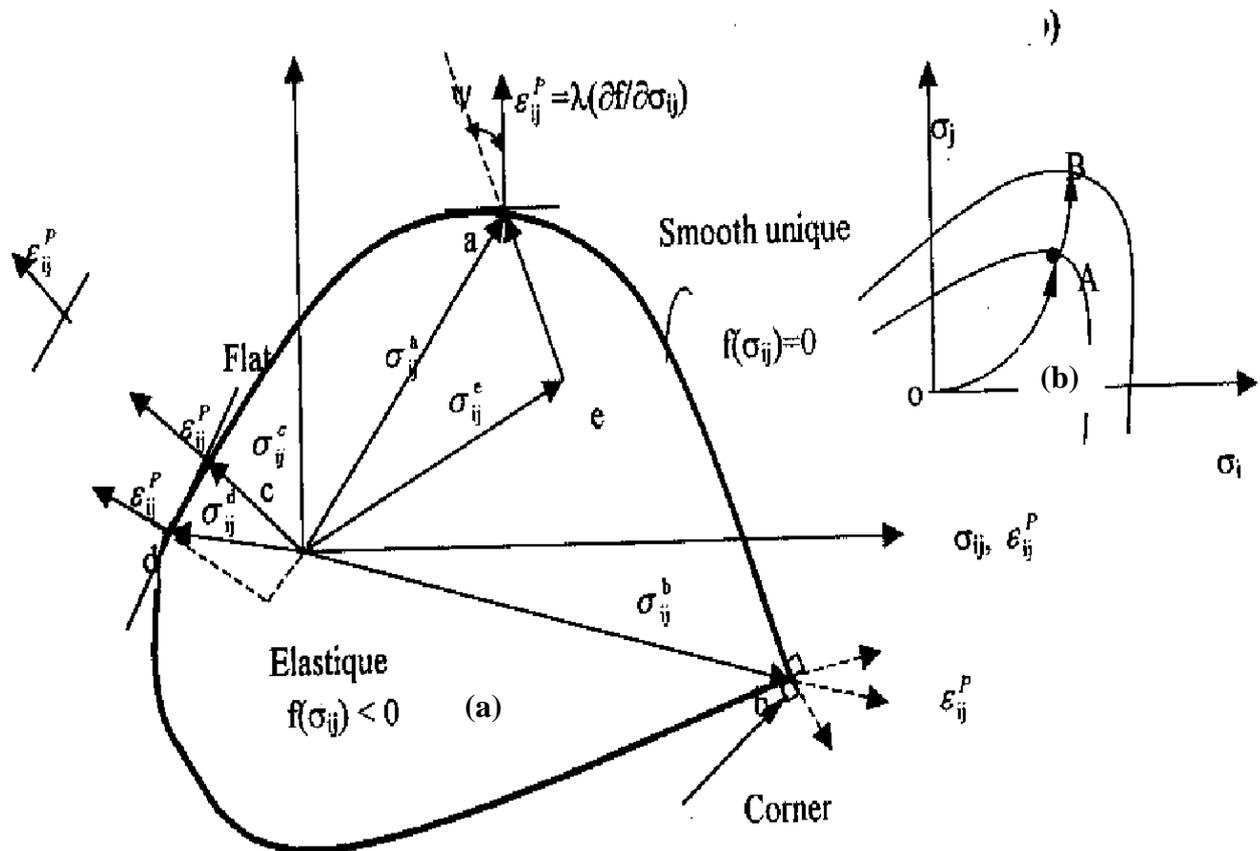


Figure 2.1 Représentation de la surface de charge et de la règle de normalité

2.2.2 Plasticité parfaite

La figure (2.2) montre un diagramme typique de contrainte de déformation pour les sols. Le comportement contraintes-déformations de la plupart des sols réels est caractérisé par une portion initiale linéaire et un pic, ou contrainte de rupture suivie par une détente vers un état de contrainte résiduelle. Dans l'analyse limite, on ignore ce travail de détente, et on considère un diagramme contrainte-déformation simplifié, du type élastique linéaire-parfaitement plastique (courbe pointillée, figure 2.2).

Un hypothétique matériau obéissant à cette propriété d'écoulement plastique non-contenu à contrainte est dit plastique.

On tient à préciser que le niveau de contrainte de rupture utilisé dans les applications de l'analyse limite, avec hypothèse de plasticité parfaite, doit être choisi de telle façon qu'il représente la contrainte moyenne dans une plage appropriée de déformation.

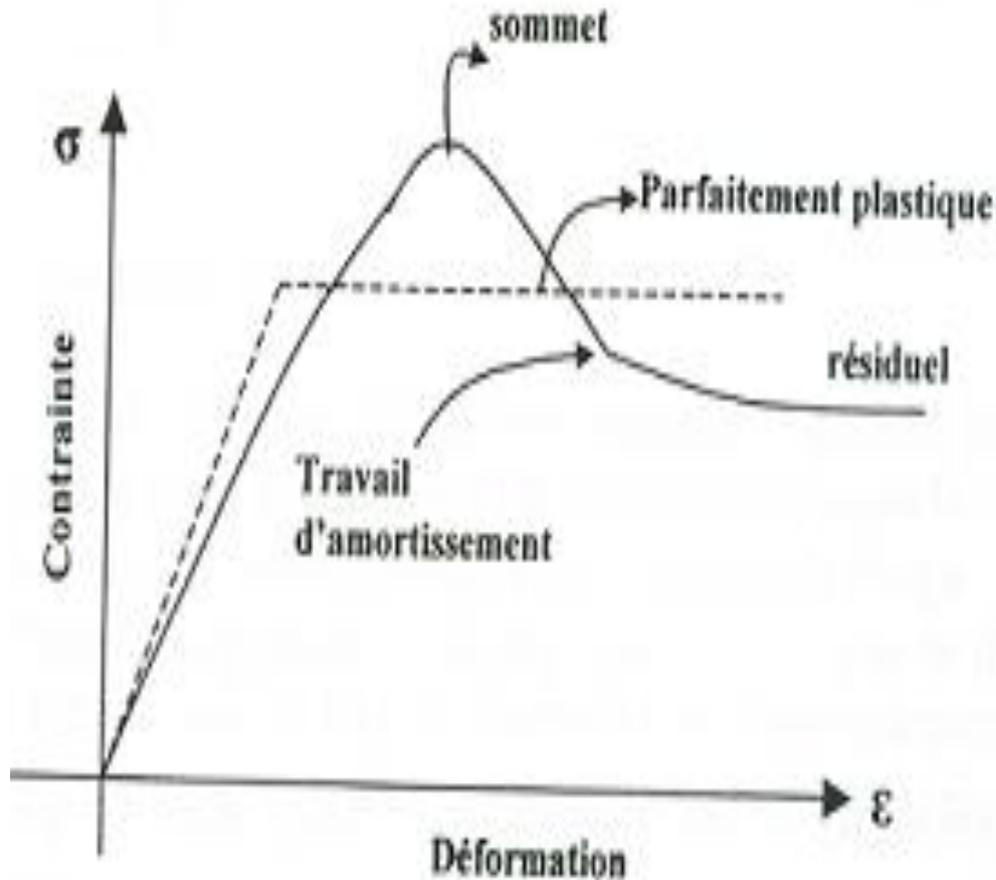


Figure 2.2 Courbe contrainte-déformation pour des sols réels et idéaux

2.2.3 Loi d'écoulement plastique

2.2.3.1 Introduction

Contrairement à l'élasticité, en plasticité, la déformation actuelle dépend actuellement de la façon dont a été atteint l'état de contrainte actuel, autrement dit de l'histoire du chargement. Le temps n'intervient pas, mais seulement l'ordre de succession des états de contraintes. Le trajet du chargement correspond au trajet suivi par le point de coordonnées (σ_{ij}) dans l'espace représentatif de l'état de contraintes, entre l'état initial et l'état actuel. On ne peut donc établir de relations qu'entre les incréments de contraintes et de déformations.

2.2.3.2 Règles de Normalité

Supposons que les axes de coordonnées de l'espace de contraintes représentent simultanément les accroissements de déformations plastiques. Chaque axe (σ_{ij}) étant également l'axe de l'accroissement de déformation plastique ; correspondant à ξ_{ij}^p .

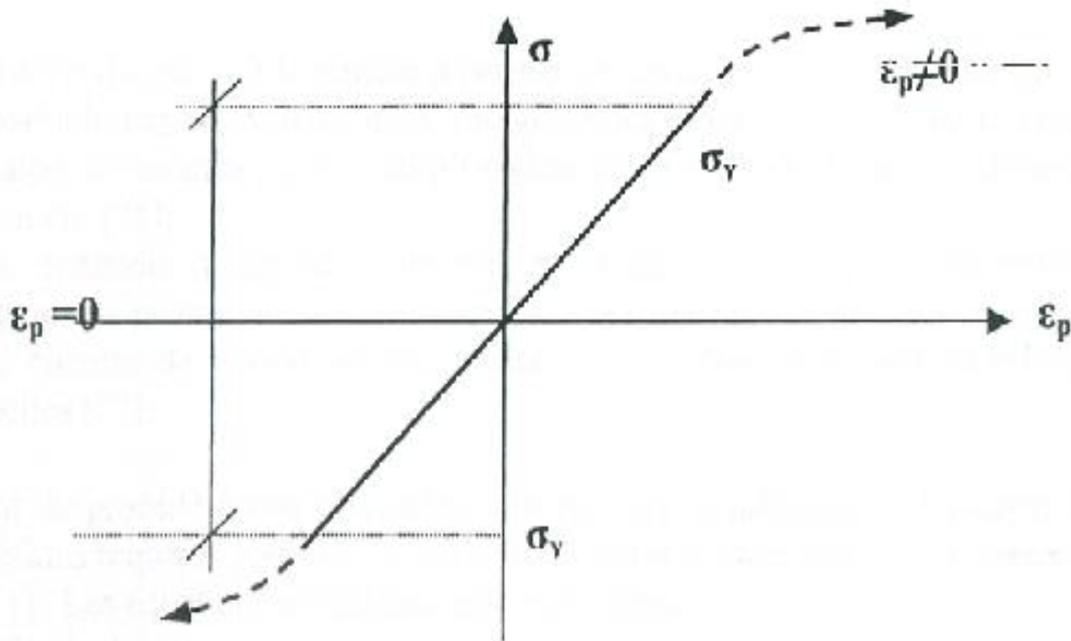


Figure 2.3 Domaine d'élasticité unidimensionnelle

Ainsi, un point représente un état de vitesse de déformation plastique (figure 2.3). Dans cette représentation, la règle de normalité apparaît clairement : le vecteur représentant la vitesse de déformation plastique à la direction de la normale extérieure de la surface de charge.

Dans divers cas, la surface de charge peut avoir des angles où il n'y a pas de directions uniques normales (figure 2.1). Dans ce cas, la règle de normalité implique seulement ce que le vecteur ξ_{ij}^p ait n'importe quelle direction comprise à l'intérieur de l'angle défini par les normales aux surfaces contiguës.

La relation (2.1) contrainte-vitesse de déformation dérivant de la condition de normalité correspondant à la fonction de charge prend la forme générale.

$$\xi_{ij}^p = \mu \frac{\delta f}{\delta \sigma_{ij}} \quad (2.1)$$

Où $\mu > 0$ est un facteur scalaire de proportionnalité.

2.2.3.3 Principe de travail maximal de HILL (1950)

On peut énoncer le principe du travail maximal de HILL (1950) de la manière suivante :

Soit pour un élément, un tenseur contrainte (σ) à la limite d'écoulement telle que $f(\sigma) = 0$ et (ξ^p) le tenseur vitesse de déformation plastique correspondant :

Si σ^* est un tenseur tel que $f(\sigma^*) < 0$, alors :

$$(\sigma_{ij} - \sigma^*)_{\xi_{ij}^p} \geq 0 \quad (2.2)$$



$$(\sigma - \sigma^*)_{\xi^p} \geq 0 \quad (2.3)$$

les matériaux obéissant au principe du travail maximal de HILL (1950) appelés matériaux standards.

On démontre MANDEL (1964) que le principe implique que la surface de charge est convexe.

2.3 Méthode de l'analyse limite

2.3.1 Introduction

Avant de procéder à une discussion générale sur la méthode de l'analyse limite, voyons les conditions requises pour une solution valide dans la mécanique des milieux déformables.

Trois conditions de base sont requises :

- 1- Les équations d'équilibre des contraintes.
- 2- La loi de comportement.
- 3- Les équations de compatibilité reliant les déplacements et les déformations.

En général, une infinité d'états de contrainte satisfont les conditions aux limites de contrainte, les équations d'équilibre, et le critère de rupture : alors un nombre infini de modes de déplacements sont compatibles avec une distorsion continue satisfaisant les conditions aux limites de déplacements.

Comme dans la théorie de l'élasticité, on doit utiliser la loi de comportement pour savoir si les états de contraintes et de déplacements correspondent ; il en résulte une solution unique vérifiant les conditions requises. Cependant, dans un matériau élastique plastique il y a trois étapes de développement dans une solution (quand on augmente progressivement le chargement à partir de zéro) qui sont :

- 1- La réponse initiale élastique.
- 2- L'écoulement plastique imminent intermédiaire.
- 3- L'écoulement plastique libre.

La solution complète par cette approche est vraisemblablement lourde pour tous les problèmes mais surtout pour les plus simples. Pour cela, nous avons besoin de méthodes qui fournissent la charge limite ultime de la manière la plus directe.

L'analyse limite est la méthode permettant de définir une valeur de la charge de rupture sans utilisation de l'analyse élastique-plastique incrémentale. Contrairement à la méthode des lignes de glissement et de la méthode d'équilibre limite (ou prisme de rupture), la méthode de l'analyse limite considère une loi de comportement idéalisée. Cette idéalisation, nommée normalité (ou règle de l'écoulement), établit les théorèmes limites sur lesquels est basée l'analyse limite.

Dans le cadre de cette hypothèse, l'approche est rigoureuse et ses techniques sont compétitives avec celles de l'équilibre limite. Certains cas sont pourtant plus simples à résoudre avec les méthodes de l'équilibre limite. Les théorèmes plastiques limites de DRUCKER et al. (1952) peuvent alors être employés pour obtenir des bornes inférieures et supérieures de la charge de rupture dans les problèmes de stabilité ou encore de la profondeur critique pour la stabilité des tranchées, ou encore de la capacité portante des sols homogènes.



2.3.2 Théorème de la borne inférieure

DRUCKER, PRAGER, GREENBERG (1952) démontrent qu'une charge, déterminée à partir d'une distribution de contrainte seule, et répondant aux conditions suivantes :

- 1- les équations d'équilibre sont vérifiées en tout point.
- 2- les conditions aux limites des contraintes sont vérifiées.
- 3- cette distribution des contraintes satisfait au critère de rupture en tout point qui n'est pas supérieure à la charge réelle de rupture. La distribution des contraintes qui satisfait aux trois conditions est appelée « champ de contrainte statiquement admissible ».

Le théorème de la borne inférieure peut donc s'exprimer de la façon suivante : Si une distribution de contrainte statiquement admissible peut être trouvée, l'écoulement plastique libre ne se produira pas sous l'effet d'une charge petite.

A partir de toutes ces considérations, on constate que la technique de la borne inférieure se base seulement sur les conditions d'équilibre et le critère de rupture. Elle ne dit rien sur la cinématique du sol.

2.3.3 Théorème de la borne supérieure

DRUCKER, PRAGER, GREENBERG (1952) démontrent aussi qu'une charge, déterminée à partir de l'égalisation du taux de travail extérieur avec le taux de dissipation d'énergie interne pour certains modes de déformation (ou champ de vitesse) satisfaisant :

- 1- aux conditions aux limites des vitesses ;
- 2- aux conditions de compatibilité entre vitesse et déformations n'est pas plus petite que la charge de rupture réelle ;

Un champ de vitesse, satisfaisant aux deux conditions précédentes, est appelée « Champ de vitesse cinématiquement admissible ». On peut énoncer le théorème de la façon suivante : Si un champ de vitesse cinématiquement admissible peut être trouvé, l'écoulement plastique libre doit être imminent.

La technique de la borne supérieure considère seulement de champ de vitesse ou le mode de rupture et la dissipation d'énergie, alors qu'il n'est pas nécessaire dans cette approche que la distribution de contraintes satisfasse aux conditions d'équilibre statique.

2.3.3.1 Méthode de la recherche de la borne supérieure

Le théorème de la borne supérieure exprime que les charges imposées ne peuvent pas être supportées par la masse de sol si, pour un mécanisme de rupture bien déterminé, le taux de travail dû aux forces extérieures excède le taux de travail interne de dissipation d'énergie. Dès lors, en égalisant le taux de travail extérieur au taux de travail interne pour un mécanisme de rupture cinématiquement admissible, on obtient une borne supérieure de la charge de rupture. L'équation ainsi obtenue s'appelle l'équation de travail pour mécanisme de rupture choisi. En résumé, les conditions nécessaires pour établir une solution de type borne supérieure sont les suivantes:

- 1-Un mécanisme de rupture "admissible" satisfaisant aux conditions des limites doit être choisi.



2-La dissipation d'énergie des forces extérieures dûe aux petits déplacements définis par le mécanisme doit être calculée.

3-La dissipation d'énergie interne dans les régions plastiquement déformées du mécanisme doit être calculée.

4-La solution la plus critique (plus petite borne supérieure), correspondante du mécanisme de rupture choisi, est obtenue en effectuant une minimisation de la charge de rupture par rapport aux paramètres définissant ce mécanisme.

On fera remarquer qu'en appliquant le théorème de la borne supérieure en analyse limite, on peut utiliser des champs de vitesse discontinus. Les surfaces de discontinuité de vitesse peuvent être admises à condition que la dissipation d'énergie interne soit bien calculée le long de la surface ; le glissement d'un corps rigide sur un autre est un bon exemple.

La surface discontinue doit être regardée comme cas particulier d'un champ de vitesse continu dans lequel une ou plusieurs composantes de vitesse changent très rapidement à travers une faible couche de transition, qui est remplacée par une surface de discontinuité par simplicité.

La méthode de la borne supérieure suppose que l'on calcule la dissipation d'énergie interne dans les régions plastiquement déformées. Nous présentons, dans le paragraphe qui suit, quelques explications concernant la surface de discontinuité d'un matériau de COULOMB standard et la méthode de calcul de l'énergie de dissipation interne le long de cette surface de discontinuité.

2.3.3.2 Surface de discontinuité d'un matériau de COULOMB standard

L'hypothèse selon laquelle le matériau de COULOMB est standard, implique que toute déformation plastique est accompagnée d'une augmentation de volume. Si une masse de sol se déplace en translation par rapport à une autre comme le traduit la (figure 2.4), la zone de transition entre ces masses est limitée par deux plans parallèles.

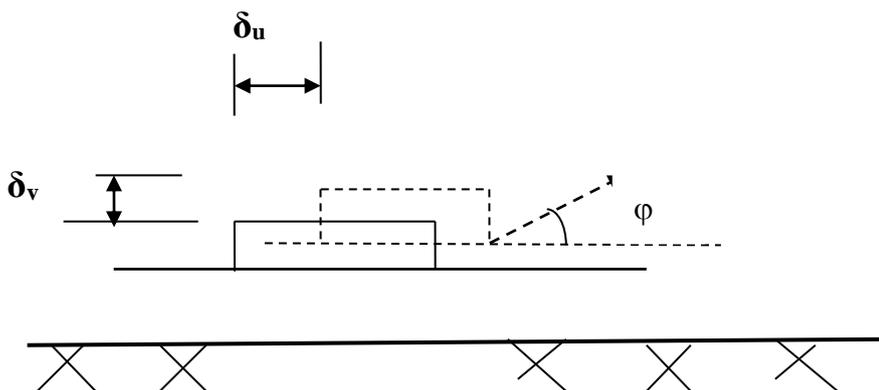


Figure 2.4 Zone mince de transition

La notion de normalité exige que la variation de vitesse tangentielle ($\delta\mu$) doit être accompagnée par une vitesse de séparation (δV).

$$\delta V = \delta\mu.tg\varphi \quad (2.4)$$



Cette condition de glissement cinématique signifie que le chargement de vitesse relatif (δW) dans la couche mince de translation limitée par deux plans parallèles, doit faire un angle (φ) avec les plans de glissement (figure 2.4).

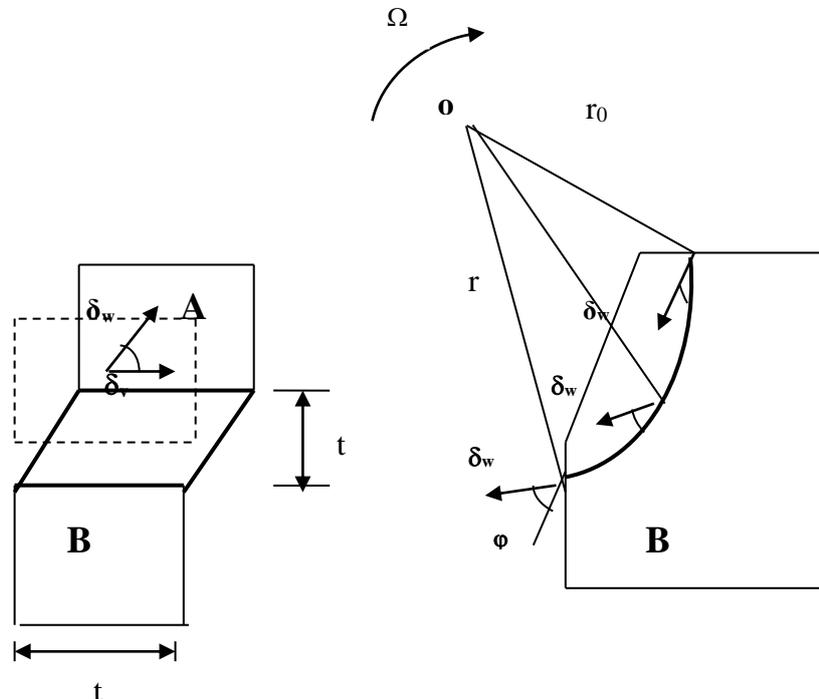


Figure 2.5 Condition de glissement cinématique

Si une masse de sol rigide effectue une rotation par rapport à une autre masse, la trace de la zone de transition dans un plan normal à l'axe de rotation ne peut être limitée par deux cercles concentriques, mais plutôt par deux spirales logarithmiques qui font, avec le rayon, un angle constant égal à $(\pi/2+\varphi)$; ceci est illustré dans la (figure 2.5). La partie supérieure rigide (A) tourne par rapport au centre avec une vitesse angulaire (Ω). Les deux parties (A) et (B) sont séparées par une couche en forme de spirale logarithmique. La vitesse relative (δW) fait un angle constant (φ) avec la couche de transition le long de la longueur de la spirale. En résumé, on doit savoir que, dans la méthode de la borne supérieure, en analyse limite, la surface de discontinuité circulaire n'est pas acceptable pour un mouvement de corps rigide à cause de la condition de séparation. La surface plane et la surface limitée par une spirale logarithmique d'angle (φ) (figure 2.5) sont donc les seules surfaces (ou plus) de discontinuité qui sont acceptables en analyse limite pour le cas du mouvement d'un corps rigide par rapport à une surface fixe.

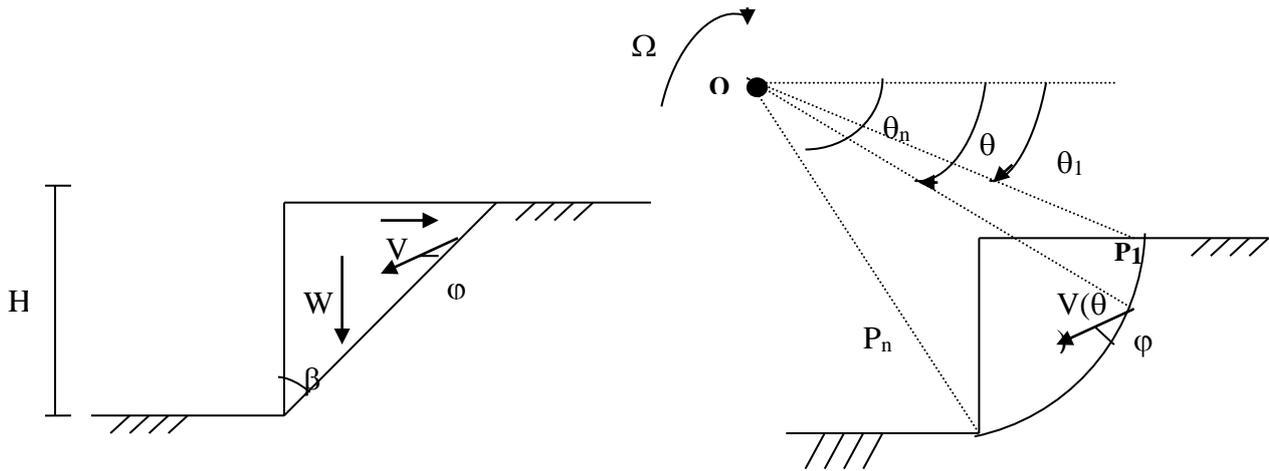


Figure 2.6 Surface de discontinuité

2.3.3.3 Dissipation d'énergie

Nous allons calculer le taux de dissipation d'énergie interne (ΔD) dans la couche mince de cisaillement plastique d'épaisseur (t).

Le mode de déformation dans cette couche de transition (figure 2.6) est une combinaison d'un écoulement en cisaillement parallèle à la couche de transition d'une part, et d'une extension normale à la couche d'autre part. Le taux de déformation en cisaillement, supposé uniforme dans la couche de transition, est égal à $(\delta v/t)$.

Ainsi le taux de dissipation d'énergie est égal à « $\tau \cdot \gamma - \sigma \cdot \xi$ » par unité de volume, (τ) et (σ) (ici pris positifs en compression) sont respectivement les contraintes normales et tangentielles. Le volume de la couche est égal à (t) ; ainsi :

$$\Delta D = (\tau \cdot \gamma - \sigma \cdot \xi) \cdot t = \tau \cdot \delta \mu - \sigma \cdot \delta V \quad (2.5)$$

Ou encore :

$$\Delta D = \delta \mu (\tau - \sigma \cdot \text{tg} \varphi) \quad (2.6)$$

Comme le critère de rupture de MOHR-COULOMB doit être satisfait dans la couche plastique, l'équation (2.5) se réduit à :

$$\Delta D = c \cdot \delta \mu \quad (2.7)$$

Cette dernière équation signifie que le taux de dissipation d'énergie par unité de la surface de discontinuité pour un sol (φ, c) est tout simplement le produit de la cohésion et de la variation de vitesse tangentielle ($\delta \mu$) à travers la couche de transition. Comme l'équation (2.7) est la couche de transition (t), on peut prendre (t) d'autant plus petit que l'on veut l'épaisseur nulle simplicité.



2.3.4 Extension aux matériaux non-standards-Théorème de RADENKONIC (1961)

Cette prolongation concerne le cas où le principe du travail maximal n'est pas vérifié. Elle permet de situer les charges de rupture du matériau non-standard par rapport à celles obtenues pour le matériau standard.

Considérons un matériau non-standard par rapport à celles obtenues pour le matériau standard. Considérons un matériau non-standard caractérisé par un critère de plasticité (f) , et dont la charge d'écoulement admet (g) comme fonction potentielle, en notant :

K^f : la charge de rupture obtenue pour un matériau standard (f,f) .

K^G : la charge de rupture obtenue pour un matériau non standard (g,g) .

La charge de rupture pour un matériau (f,g) est comprise entre (K^f) et (K^G) frontière comprise.

Le théorème de RADENKOVIC(1961) permet d'encadrer les charges limites pour le matériau non-standard entre celles de ceux matériaux standards.

- Une approche statique connue pour le matériau standard (g,g) fournit une approximation par défaut de toute charge limite pour le matériau non- standard (f,g) .
- Une approche cinématique connue pour le matériau standard (f,f) fournit une approximation par excès de toute charge limite pour le matériau non-standard (f,g) .

2.4 Conclusion

Le calcul à la rupture est un mode de raisonnement le plus anciennement utilisé pour tenter d'y apporter une réponse à un problème de génie civil ; de plus, il est un guide précieux dès le stade de conception.

Chapitre 3

***Application de la borne supérieure
de la théorie de l'analyse limite à
un tirant d'ancrage incliné soumis
à un chargement statique***



Chapitre 3

Application de la borne supérieure de la théorie de l'analyse limite à un tirant d'ancrage incliné soumis à un chargement statique

3.1 Introduction

Ce chapitre présente le développement d'un modèle analytique répondant aux critères de la borne supérieure de l'analyse limite afin d'évaluer la charge de rupture d'un tirant d'ancrage isolé et incliné placé dans un sol purement pulvérulent soumis à un chargement statique axiale. L'analyse théorique est effectuée en faisant varier plusieurs paramètres (l'angle de frottement interne du sol, l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage, l'angle d'inclinaison du talus) pour examiner leurs effets sur la charge limite.

3.2 Définition du problème et hypothèses de calcul

Un tirant d'ancrage isolé et incliné d'un angle (η) de longueur (L) est placé dans un talus composé d'un sol homogène isotrope pulvérulent ayant un angle de frottement (φ) et un poids volumique (γ) formant un angle (θ) par rapport à l'horizontale ; la figure 3.1 l'illustrant.

Le tirant d'ancrage est soumis à un chargement statique (F) à vitesse constante avec une valeur de frottement sol-tirant d'ancrage supérieure à l'angle de frottement interne ($\delta > \varphi$) dans le cas d'un tirant d'ancrage rugueux d'après CHEN (1975).

On a supposé que la masse de sol obéissait au critère de rupture de MOHR-COULOMB et la loi associée en tenant compte de la mobilisation du sol en butée en réaction au chargement.

L'objectif est la détermination du mécanisme de rupture, de la charge limite et l'examen de l'effet de son inclinaison ; de l'angle de frottement interne du sol ; de l'inclinaison du talus sur la charge limite lors de la mise en tension du tirant d'ancrage par l'approche cinématique de la théorie de l'analyse limite.

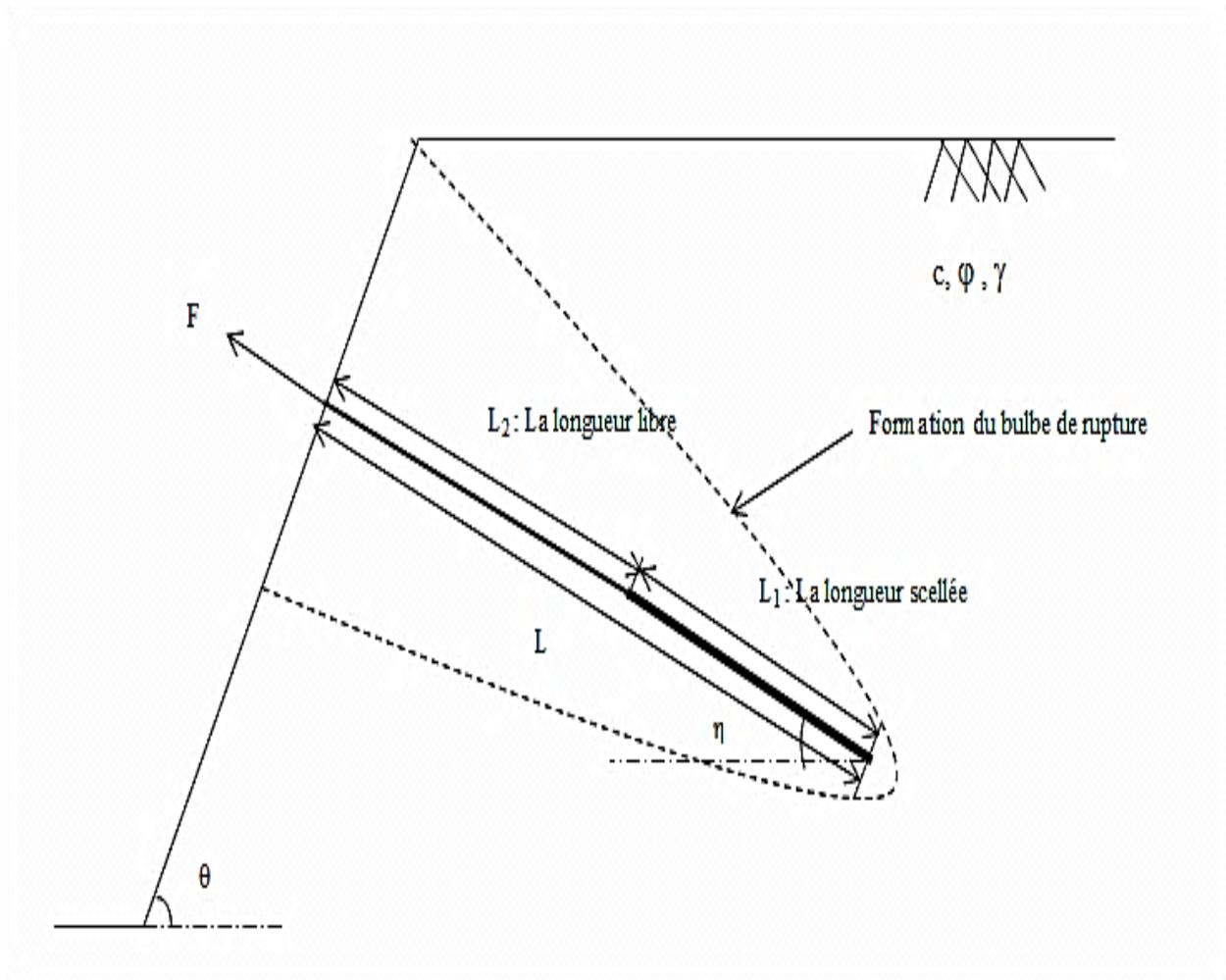


Figure 3.1 Description du phénomène à étudier

Pour ne pas alourdir la présentation, nous donnons simplement ici le principe de calcul du modèle.

Le détail des calculs nécessaires à sa construction étant donné en annexe A qui sera complété et développé par la suite en schéma tridimensionnel, suivant les mêmes principes en annexe B.

3.3 Modèle de rupture en plan du sol environnant le tirant d'ancrage incliné selon le critère de MOHR-COULOMB

Le modèle présenté sur la figure (3.2) est composé d'un bloc rigide (DAB) décrit par le paramètre (β) limité par deux droites (lignes de rupture AD et AB) et la surface libre inclinée qui sont choisis de telle façon que l'on doit respecter en tout point la condition cinématique d'angle (φ) qui est l'angle du frottement interne du sol, entre le vecteur vitesse et les lignes de rupture.

Les champs de vitesses sont donnés sur la figure (3.3).

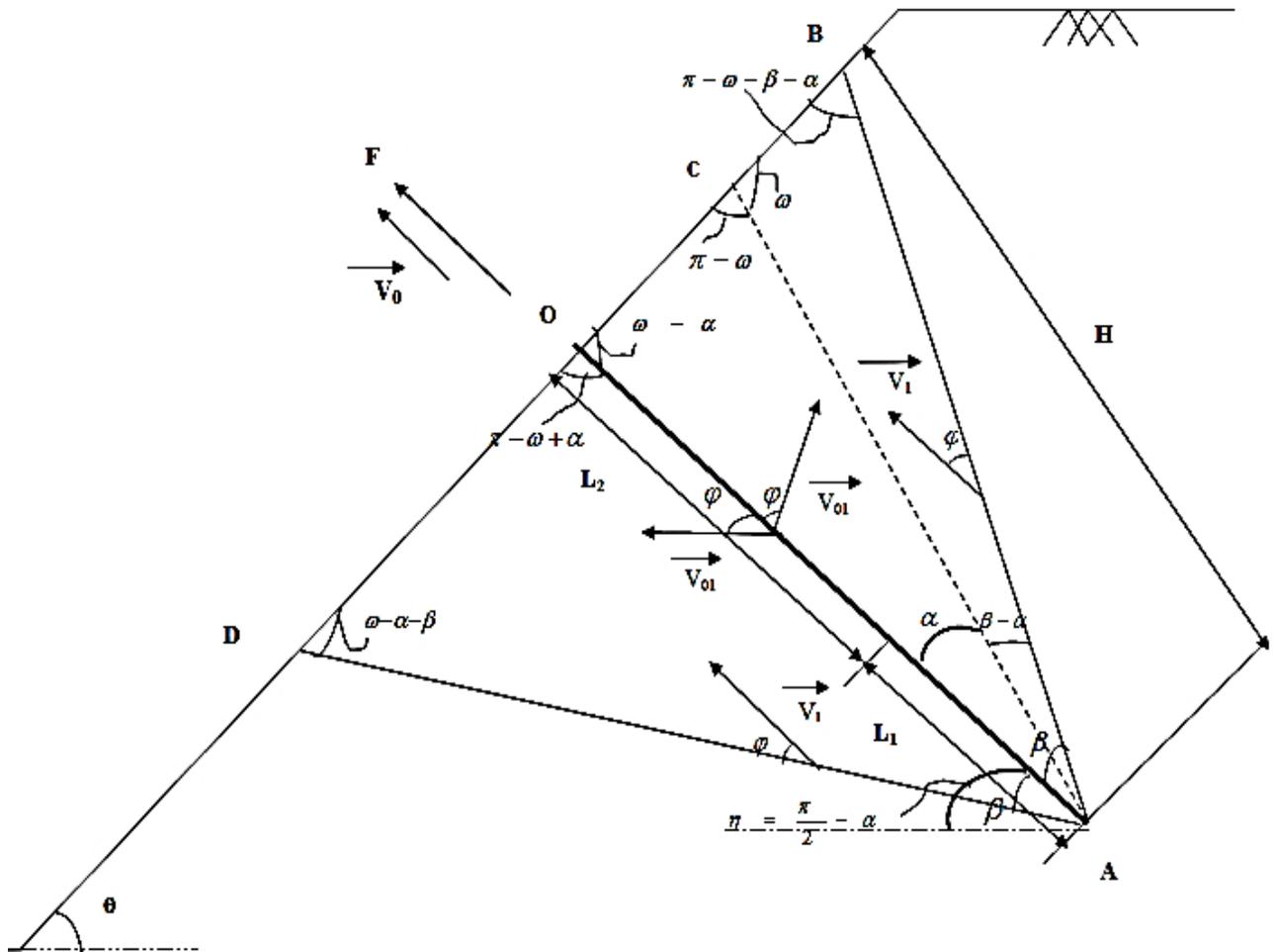


Figure 3.2 Modèle de rupture en plan du sol environnant le tirant d'ancrage incliné ($\delta > \varphi$) selon le critère de MOHR-COULOMB

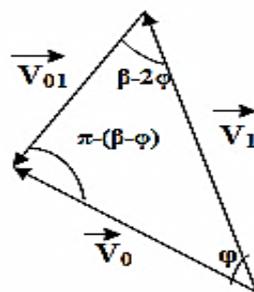


Figure 3.3 Diagramme de vitesse associée selon le critère de MOHR-COULOMB

Avec l'utilisation du diagramme de vitesse (figure 3.3), toutes les vitesses sont exprimées en fonction de la vitesse d'arrachement du tirant d'ancrage (V_0).

$$V_1 = \frac{V_0 \cdot \sin(\beta - \varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)} ; V_{01} = \frac{V_0 \cdot \sin(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)}$$



$$L_{OA} = L$$

$$L_{OA} = L_1 + L_2 = L$$

L_1 : la longueur scellée

L_2 : la longueur libre

L : la longueur totale du tirant d'ancrage

θ : l'angle d'inclinaison du talus

η : l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage par rapport à l'horizontale

$$\omega = \frac{\pi}{2} + \theta$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \eta$$

$$L_{OC} = \frac{L \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\pi - \alpha)}$$

Le poids des massifs (OAB et OAD) sont donnés par les formules suivantes :

$$W_{OAD} = \frac{\gamma \cdot L^2 \cdot \sin(\pi - \omega + \alpha) \cdot \sin(\beta)}{2 \cdot \sin(\omega - \alpha - \beta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$W_{OAB} = \frac{\gamma \cdot L^2 \cdot \sin(\omega - \alpha) \cdot \sin(\beta)}{2 \cdot \sin(\pi - \omega - \beta + \alpha) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)} \quad \text{avec } \gamma: \text{ le poids volumique du sol}$$

Le taux d'énergies internes dissipées respectivement le long des lignes de rupture (L_{AB}), (L_{AD}) et le long du tirant d'ancrage de longueur (L_{OA}) est égal à:

$$E_{AB} = c \cdot L_{AB} \cdot V_1 \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow E_{AB} = \frac{c \cdot L \cdot \sin(\omega - \alpha) \cdot V_0 \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\pi - \omega - \beta + \alpha) \cdot \sin(\beta - 2\varphi)}$$

$$E_{AD} = c \cdot L_{AD} \cdot V_1 \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow E_{AD} = \frac{c \cdot V_0 \cdot L \cdot \sin(\pi - \omega + \alpha) \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\omega - \alpha - \beta) \cdot \sin(\beta - 2\varphi)}$$

$$E_{OA} = c \cdot L_1 \cdot V_{01} \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow E_{OA} = \frac{c \cdot L_1 \cdot V_0 \cdot \sin(\varphi) \cos(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)} ; \text{ avec } c : \text{ la cohésion du sol}$$



Pour un tirant d'ancrage rugueux ($\delta > \varphi$), la dissipation d'énergie par friction d'un sol non cohérent est nulle.

Le taux de travail des forces extérieures est égal à :

$$F.V_0 - W_{OAB} \times V_1 \times \cos(\pi - \beta - \alpha + \varphi) - W_{0AD} \times V_1 \times \cos(\pi - \beta - \alpha - \varphi)$$

En égalisant le taux de dissipation d'énergie interne au taux du travail des forces extérieures, on obtient :

$$F = \frac{c.L \cdot \sin(\omega - \alpha) \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\pi - \omega - \beta + \alpha) \sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{c.L_1 \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{c.L \cdot \sin(\pi - \omega + \alpha) \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\omega - \alpha - \beta) \sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{\gamma.L^2 \cdot \sin(\omega - \beta) \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\pi - \beta + \alpha - \varphi) \cdot \sin(\beta - \varphi)}{2 \cdot \sin(\pi - \omega - \beta + \alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{\gamma.L^2 \cdot \sin(\beta) \sin(\pi - \omega + \alpha) \cdot \cos(\pi - \beta - \alpha - \varphi) \cdot \sin(\beta - \varphi)}{2 \cdot \sin(\omega - \alpha - \beta) \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \sin(\beta - 2\varphi)} \quad (3.1)$$

Pour $c=0$

$$F = \frac{\gamma.L^2 \cdot \sin(\omega - \beta) \cdot \sin(\beta) \cos(\pi - \beta + \alpha - \varphi) \cdot \sin(\beta - \varphi)}{2 \cdot \sin(\pi - \omega - \beta + \alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{\gamma.L^2 \cdot \sin(\beta) \sin(\pi - \omega + \alpha) \cdot \cos(\pi - \beta - \alpha - \varphi) \cdot \sin(\beta - \varphi)}{2 \cdot \sin(\omega - \alpha - \beta) \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \sin(\beta - 2\varphi)} \quad (3.2)$$

Par substitution on obtient :

$$F = \frac{\gamma.L^2 \cdot \sin\left[\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \beta\right] \cdot \sin(\beta) \cdot \cos\left[\pi - \beta + \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) - \varphi\right] \cdot \sin(\beta - \varphi)}{2 \cdot \sin\left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \beta + \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right] \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{\gamma.L^2 \cdot \sin(\beta) \cdot \sin\left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right] \cdot \cos\left[\pi - \beta - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) - \varphi\right] \cdot \sin(\beta - \varphi)}{2 \cdot \sin\left[\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) - \beta\right] \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \sin(\beta - 2\varphi)} \quad (3.3)$$

La relation (3.3) développée ci-dessus permet pour un jeu de paramètres ($\gamma, \varphi, \eta, \theta, L$) d'obtenir la borne supérieure en minimisant (F) par rapport à la variable (β).

3.3.1 Application sous le logiciel MATHCAD

Le modèle est introduit dans le logiciel MATHCAD, ce qui permet de visualiser la forme de la courbe de l'effort (F) dans le plan (figure 3.4). En effet sa forme dans le plan étant concave (forme de cuvette) indiquant un minimum, donc une butée. Le détail de calcul est porté en annexe C. Nous ne mentionnerons ici que la forme de la cuvette.



Données :

$L=12\text{m}$, $c=0\text{Kg/m}^2$, $\gamma=1570\text{Kg/m}^3$, $\phi=35.\pi/180$, $V_0= 1\text{m/s}$, $\theta=25.\pi/180$, $L_1=4 \text{ m}$, $\eta=20.\pi/180$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \eta, \quad \omega = \frac{\pi}{2} + \theta$$

Condition aux limites:

$\beta=1,7$
Given
 $1,5 < \beta < 2$

Minimisation:

Minimize $(F, \beta)=1,828$

Résultat de la minimisation :

$F(1,828)=2,437\text{G}10^5\text{Kg/m}$

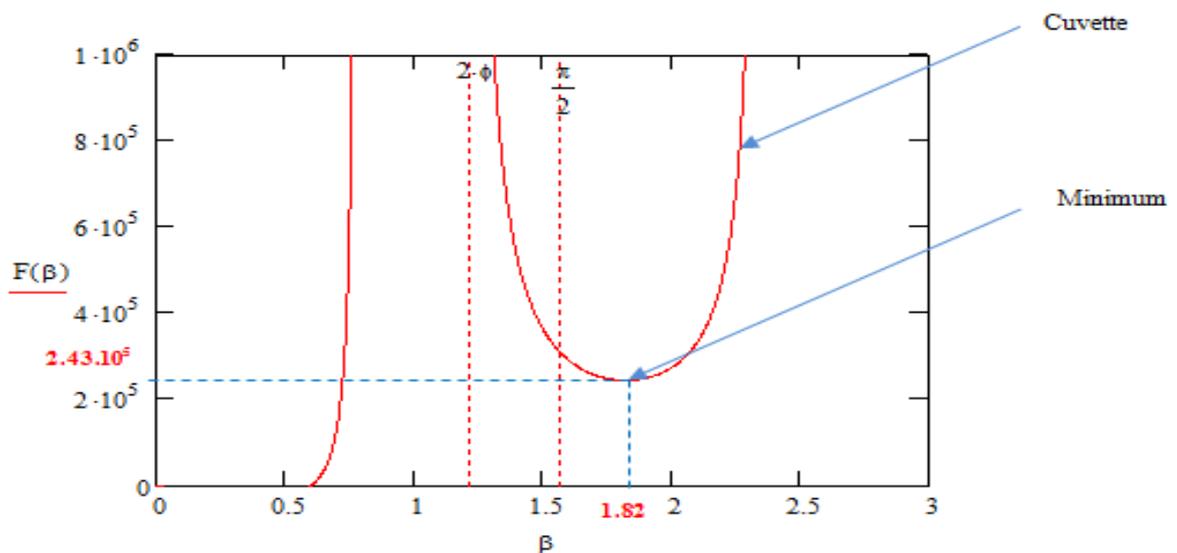


Figure 3.4 Visualisation de la courbe $F(\beta)$ dans le plan

3.4 Modèle de rupture dans l'espace du sol environnant le tirant d'ancrage incliné selon le critère de MOHR-COULOMB

Le mécanisme de rupture dans le cas tridimensionnel se diffère du cas bidimensionnel, au lieu d'avoir des lignes de ruptures, on a des surfaces de ruptures, cela est plus réaliste comme c'est indiqué sur la figure (3.5).

Cette forme tridimensionnelle représentée ci-dessus résulte de la rotation de la forme en plan autour d'un axe qui passe par le milieu du tirant d'ancrage.



L : la longueur totale du tirant d'ancrage

θ : l'inclinaison du talus

η : l'inclinaison du tirant d'ancrage par rapport à l'horizontale

$$\omega = \frac{\pi}{2} + \theta$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \eta$$

S_I : surface latérale du cylindre

$$S_I = \pi \cdot d \cdot L_1 ; \text{ avec } d : \text{ le diamètre du cylindre}$$

S_{II} : surface latérale du cône

$$S_{II} = \pi \cdot R \cdot H ; \text{ avec : } H = L \cdot \cos(\omega - \alpha)$$

$$L_{DB} = \frac{H \cdot \sin(2\beta)}{\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}$$

$$R = \frac{L_{DB}}{2} = b = \frac{H \cdot \sin(2\beta)}{2 \cdot \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\beta - \alpha)}$$

Le volume du massif DAB :

$$V_{DAB} = \frac{\pi \cdot a \cdot b \cdot H}{3}$$

Le poids du massif (DAB) :

$$W_{DAB} = \frac{\pi \cdot \gamma \cdot a \cdot b \cdot H}{3} ; \text{ avec } \gamma : \text{ le poids volumique du sol}$$

$$B = \pi \cdot a \cdot b \quad (\text{la surface de l'ellipse})$$

$$a = L \cdot \text{tg}(\beta)$$

$$b = \frac{H}{2} [\text{tg}(\beta - \alpha) + \text{tg}(\alpha + \beta)]$$



Le taux d'énergies internes dissipées respectivement le long des surfaces de rupture (S_I) et (S_{II}) est égal à:

$$E_{OA} = c.S_I.V_{01}.\cos(\varphi) \Rightarrow E_{OA} = \frac{c.\pi.d.L_1.V_0.\sin(\varphi).\cos(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)}$$

$$E_{DA} = c.S_{II}.V_1.\cos(\varphi) \Rightarrow E_{DA} = \frac{c.\pi.H^2.V_0.\sin(2\beta).\sin(\beta - \varphi)\cos(\varphi)}{2.\sin(\beta - 2\varphi).\cos(\beta - \alpha).\cos(\alpha + \beta).\sin(\beta - 2\varphi)}$$

Avec d : le diamètre du cylindre

Le taux de travail des forces extérieures est égal à:

$$FV_0 - W_{DAB} \times V_1 \times \cos(\pi - \alpha)$$

En égalisant le taux de dissipation d'énergie interne au taux du travail des forces extérieures, on obtient :

$$F = \frac{c.\pi.d.L_1.\sin(\varphi).\cos(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{c.\pi.H^2.\sin(2\beta).\sin(\beta - \varphi).\cos(\varphi)}{2.\sin(\beta - 2\varphi).\cos(\beta - \alpha).\cos(\alpha + \beta).\sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{\pi.\gamma.a.b.H.\sin(\beta - \varphi).\cos(\pi - \alpha)}{3.\sin(\beta - 2\varphi)} \quad (3.4)$$

Pour $c=0$

$$F = \frac{\pi.\gamma.a.b.L.\cos(\omega - \alpha).\sin(\beta - \varphi).\cos(\pi - \alpha)}{3.\sin(\beta - 2\varphi)} \quad (3.5)$$

Par substitution on obtient :

$$F = \frac{\pi.\gamma.L^3.tg(\beta).\left[\cos\left[\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right]\right]^2 \left[tg\left[\beta - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right] + tg\left[\beta + \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right] \right] \sin(\beta - \varphi).\cos\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)}{6.\sin(\beta - 2\varphi)} \quad (3.6)$$

La valeur de charge limite est obtenue après minimisation de l'expression précédente (3.6) par rapport à la variable (β).



3.4.1 Application sous logiciel MATHCAD

Le modèle est introduit dans le logiciel MATHCAD, ce qui permet de visualiser la forme de la courbe de l'effort (F) dans l'espace (figure 3.6). En effet, sa forme dans l'espace étant concave (forme de cuvette), indiquant l'existence d'un minimum, donc une butée.

Le détail de calcul est porté en annexe D. Nous ne mentionnerons ici que la forme de la cuvette.

Données :

$$L=12\text{m}, c=0\text{Kg/m}^2, \gamma=1570\text{Kg/m}^3, \phi=35.\pi/180, V_0= 1\text{m/s}, \theta=25.\pi/180, L_1=4 \text{ m}, \eta=20.\pi/180$$

$$d= 0,12\text{m} \quad , \quad \omega = \frac{\pi}{2} + \theta \quad , \quad \alpha = \frac{\pi}{2} - \eta$$

Condition aux limites:

$\beta=2,4$
Given
 $2<\beta<2,5$

Minimisation:

Minimize (F, β)=2,367

Résultat de la minimisation :

$$F(2,367)=6,89\text{G}10^5\text{Kg/m}$$

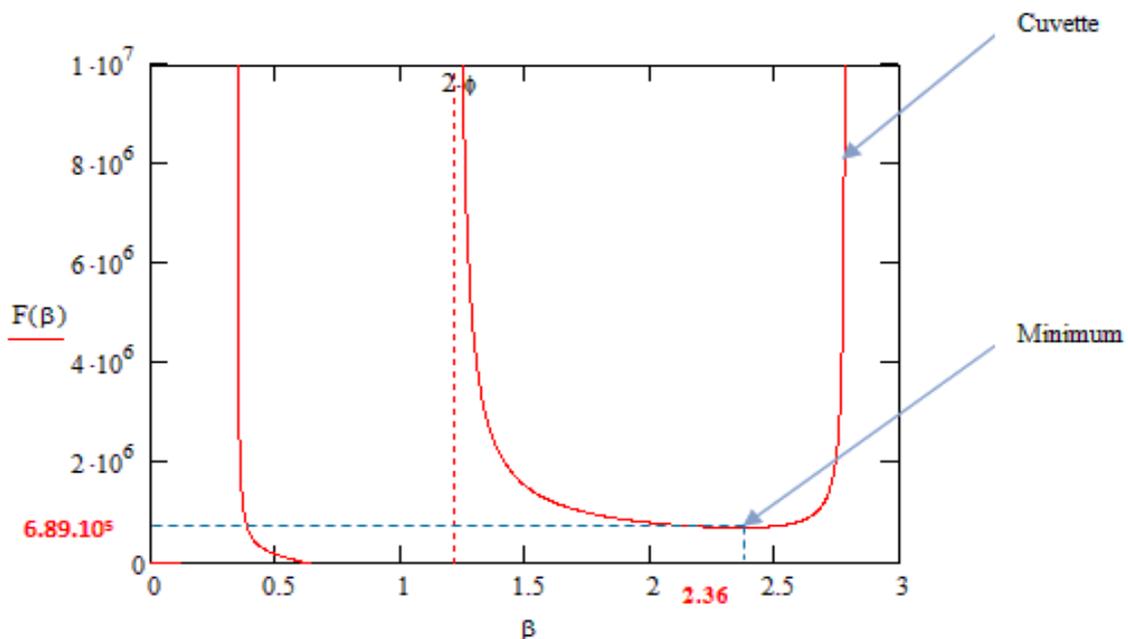


Figure. 3.6 Visualisation de la courbe F(β) dans l'espace

3.5 Définition du facteur d'arrachement



La charge de rupture (F) est exprimée en fonction du terme non dimensionnel (N_γ) qui est le facteur d'arrachement indiqué par la formule (3.7) .

$$F = N_\gamma \cdot \gamma \cdot L^3 \quad (3.7)$$

$$N_\gamma = \frac{F}{\gamma \cdot L^3} \quad (3.8)$$

$$N_\gamma = \frac{\pi \cdot \text{tg}(\beta) \cdot \left[\cos \left[\left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) - \left(\frac{\pi}{2} - \eta \right) \right] \right]^2 \cdot \left[\text{tg} \left[\beta - \left(\frac{\pi}{2} - \eta \right) \right] + \text{tg} \left[\beta + \left(\frac{\pi}{2} - \eta \right) \right] \right] \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \eta \right)}{6 \cdot \sin(\beta - 2\varphi)} \quad (3.9)$$

3.6 Etude paramétrique

Dans le but d'analyser et d'évaluer l'influence de certains paramètres sur la magnitude du facteur d'arrachement (N_γ), une étude paramétrique était menée.

On considère trois variables qui seront étudiées dans les sections suivantes, de telle façon à modifier la valeur du paramètre soumis au test et fixer les deux autres à savoir : l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage, l'angle d'inclinaison du talus, l'angle de frottement interne du sol.

Sachant que les paramètres géotechniques du sol et géométriques du tirant d'ancrages sont les suivants : ($c=0 \text{ kg/m}^2, \gamma=1570 \text{ kg/m}^3, L=12\text{m}, d=0,12\text{m}$) étaient maintenus constants dans cette étude paramétrique.

L'analyse des équations et des résultats est traitée par le logiciel MATHCAD.

3.6.1 Influence de l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage (η)

Dans cette section, l'effet de l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage (η) sur le facteur d'arrachement (N_γ) était analysé ; cinq valeurs ont été considérées à savoir: 10° ; 15° ; 20° ; 25° et 30° .

Les résultats obtenus montrent que le facteur d'arrachement (N_γ) croît avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage (η) comme c'est indiqué sur la figure 3.7.

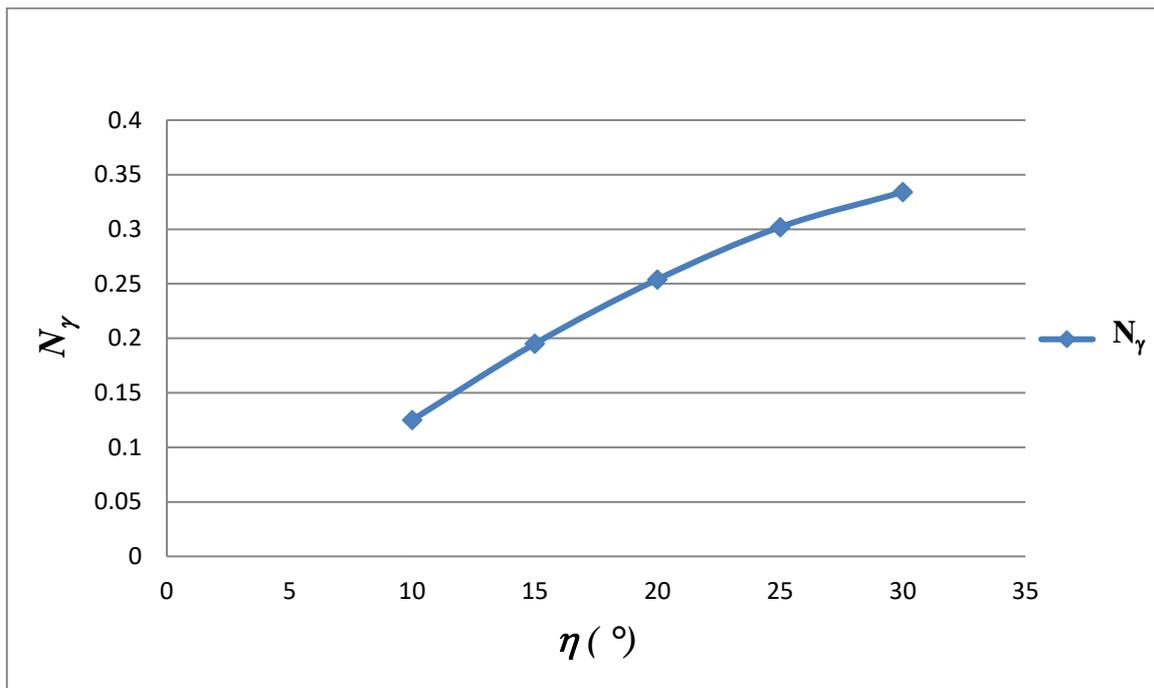


Figure. 3.7 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage (η)

3.6.2 Influence de l'angle d'inclinaison du talus (θ)

Afin d'apprécier l'influence de l'angle d'inclinaison du talus (θ) sur le facteur d'arrachement (N_γ); cet angle a pris trois valeurs différentes en l'occurrence : 25°, 30° et 35°. La figure 3.8 représente les résultats obtenus qui montrent la variation décroissante du facteur d'arrachement (N_γ) en fonction de l'angle d'inclinaison du talus (θ).

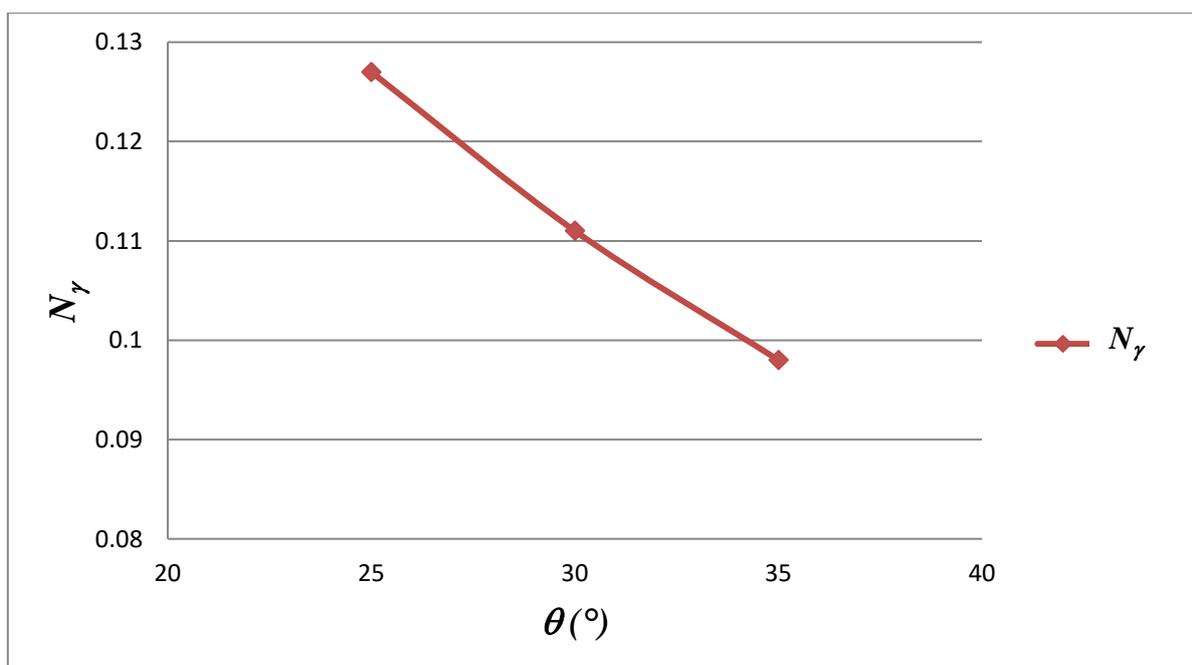


Figure. 3.8 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle d'inclinaison du talus (θ)



3.6.3 Influence de l'angle de frottement interne du sol (φ)

L'influence de l'angle de frottement interne du sol (φ) sur le facteur d'arrachement (N_γ) a également été étudié dans cette section ; en effectuant des analyses pour dix valeurs de ce paramètre à savoir : $30^\circ, 31^\circ, 32^\circ, 33^\circ, 34^\circ, 35^\circ, 36^\circ, 37^\circ, 38^\circ, 39^\circ, 40^\circ$.

Les courbes obtenues sont illustrées dans la figure 3.9 ; montrant que l'angle de frottement (φ) a un effet significatif sur le facteur d'arrachement (N_γ).

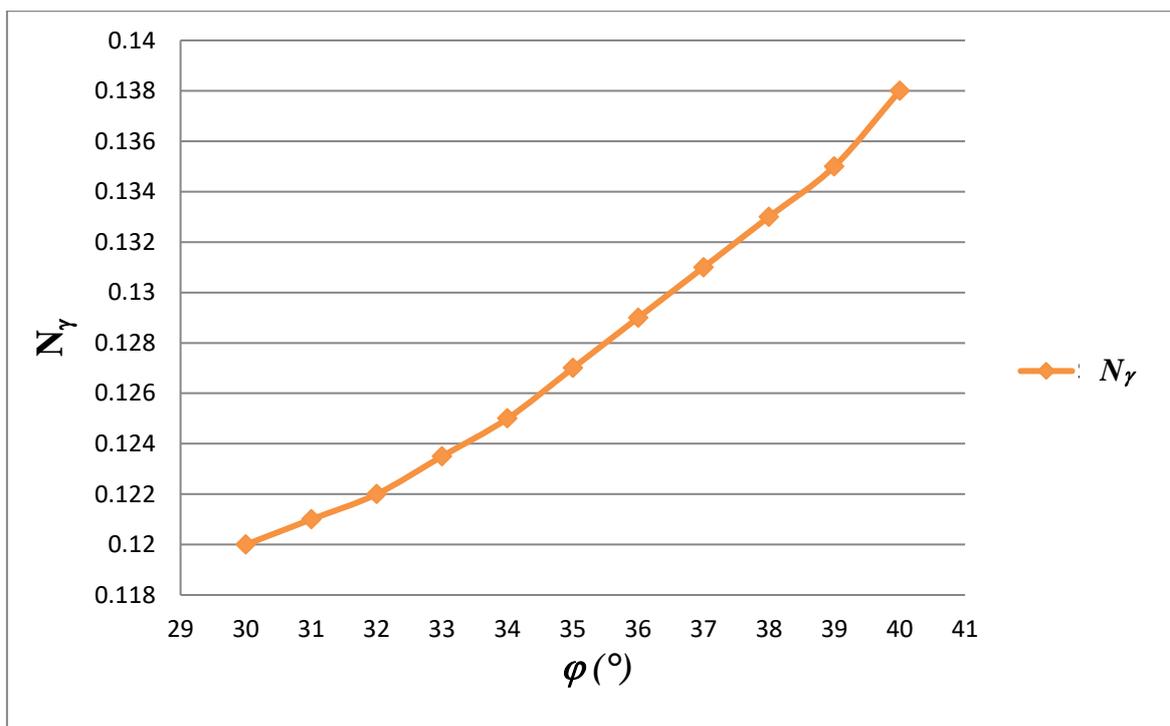


Figure. 3.9 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ)

En plus ; la variation du facteur d'arrachement (N_γ) est testée sous différentes combinaisons des trois paramètres avec deux séries d'analyses, la première ; l'angle de frottement (φ) avec l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage (η) et la deuxième ; l'angle de frottement (φ) avec l'angle d'inclinaison du talus (θ).

Pour ce faire l'angle de frottement interne du sol (φ) a pris 10 valeurs variant de 30° à 40° avec un intervalle de 1° .

Cinq valeurs de l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage (η) ont été considérées ; à savoir : $10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$ et 30° , tandis que trois valeurs de $25^\circ, 30^\circ$ et 35° ont été affectées à l'angle d'inclinaison du talus (θ) ; sachant que les paramètres géotechniques du sol et géométriques du tirant d'ancrages sont les suivants : ($c=0$ kg/m², $\gamma=1570$ kg/m³, $L=12$ m, $d=0,12$ m) étaient maintenus constants.

Les valeurs du facteur d'arrachement obtenues sont récapitulées dans les tableaux 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8 et illustrées sur les figures 3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.15, 3.16, 3.17.



φ [°]	N_γ ($\eta=10^\circ$)	N_γ ($\eta=15^\circ$)	N_γ ($\eta=20^\circ$)	N_γ ($\eta=25^\circ$)	N_γ ($\eta=30^\circ$)
30	0,12	0,181	0,234	0,274	0,298
31	0,121	0,183	0,237	0,279	0,305
32	0,122	0,186	0,241	0,284	0,311
33	0,124	0,188	0,245	0,29	0,318
34	0,125	0,191	0,249	0,296	0,326
35	0,127	0,194	0,254	0,302	0,334
36	0,129	0,197	0,259	0,309	0,343
37	0,131	0,201	0,264	0,317	0,353
38	0,133	0,205	0,27	0,325	0,363
39	0,135	0,209	0,276	0,333	0,374
40	0,138	0,213	0,283	0,343	0,387

Tableau 3.1 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (η) pour ($\theta=25^\circ$)

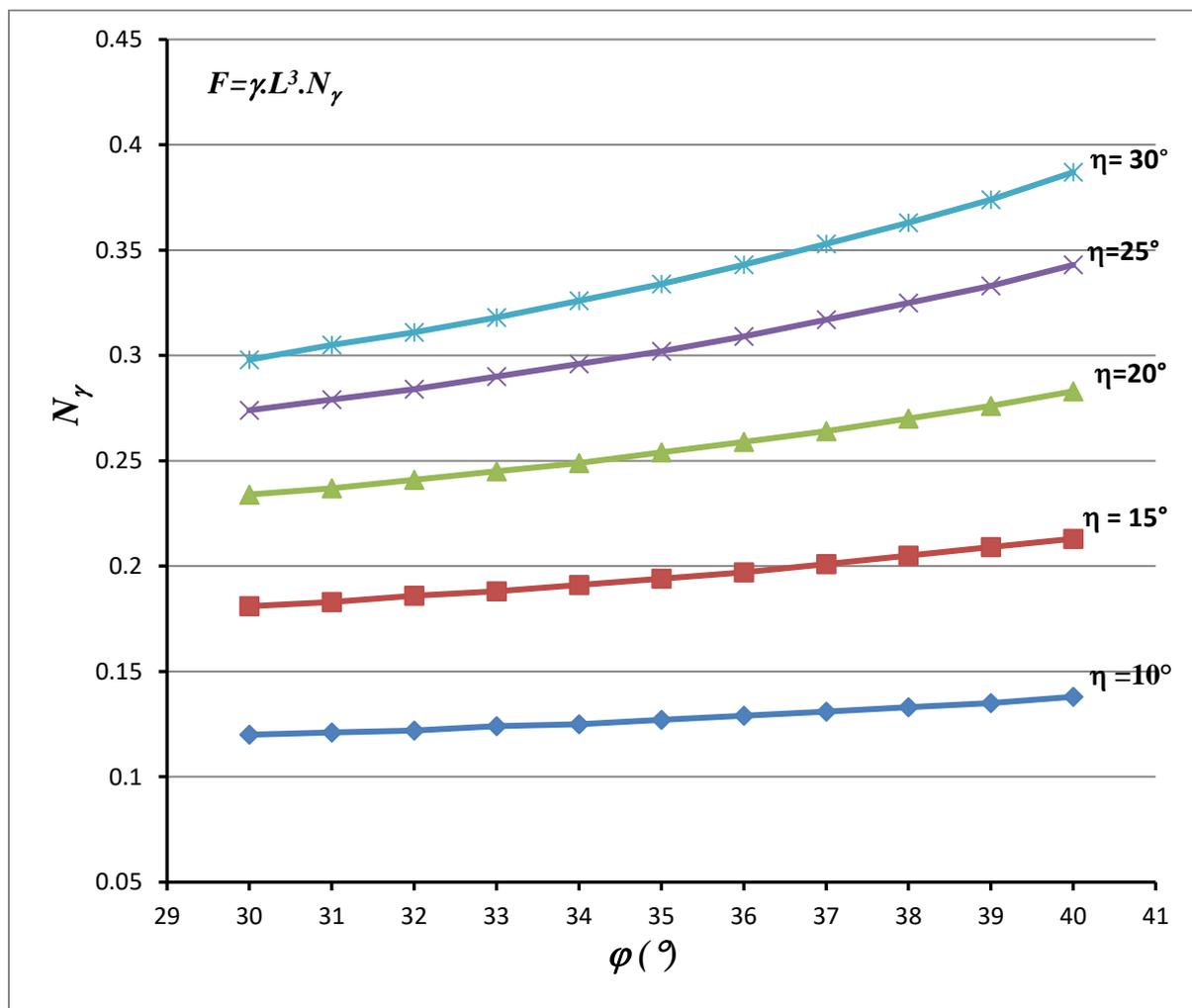


Figure 3.10 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (η) pour ($\theta=25^\circ$)



φ [°]	N_γ ($\eta=10^\circ$)	N_γ ($\eta=15^\circ$)	N_γ ($\eta=20^\circ$)	N_γ ($\eta=25^\circ$)	N_γ ($\eta=30^\circ$)
30	0,105	0,154	0,193	0,218	0,227
31	0,106	0,156	0,196	0,222	0,231
32	0,107	0,158	0,199	0,226	0,235
33	0,108	0,16	0,202	0,231	0,242
34	0,11	0,163	0,206	0,235	0,248
35	0,111	0,165	0,21	0,241	0,254
36	0,113	0,168	0,214	0,246	0,261
37	0,114	0,171	0,218	0,252	0,268
38	0,116	0,174	0,223	0,259	0,276
39	0,118	0,178	0,228	0,265	0,285
40	0,12	0,181	0,234	0,273	0,294

Tableau 3.2 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (η) pour ($\theta=30^\circ$)

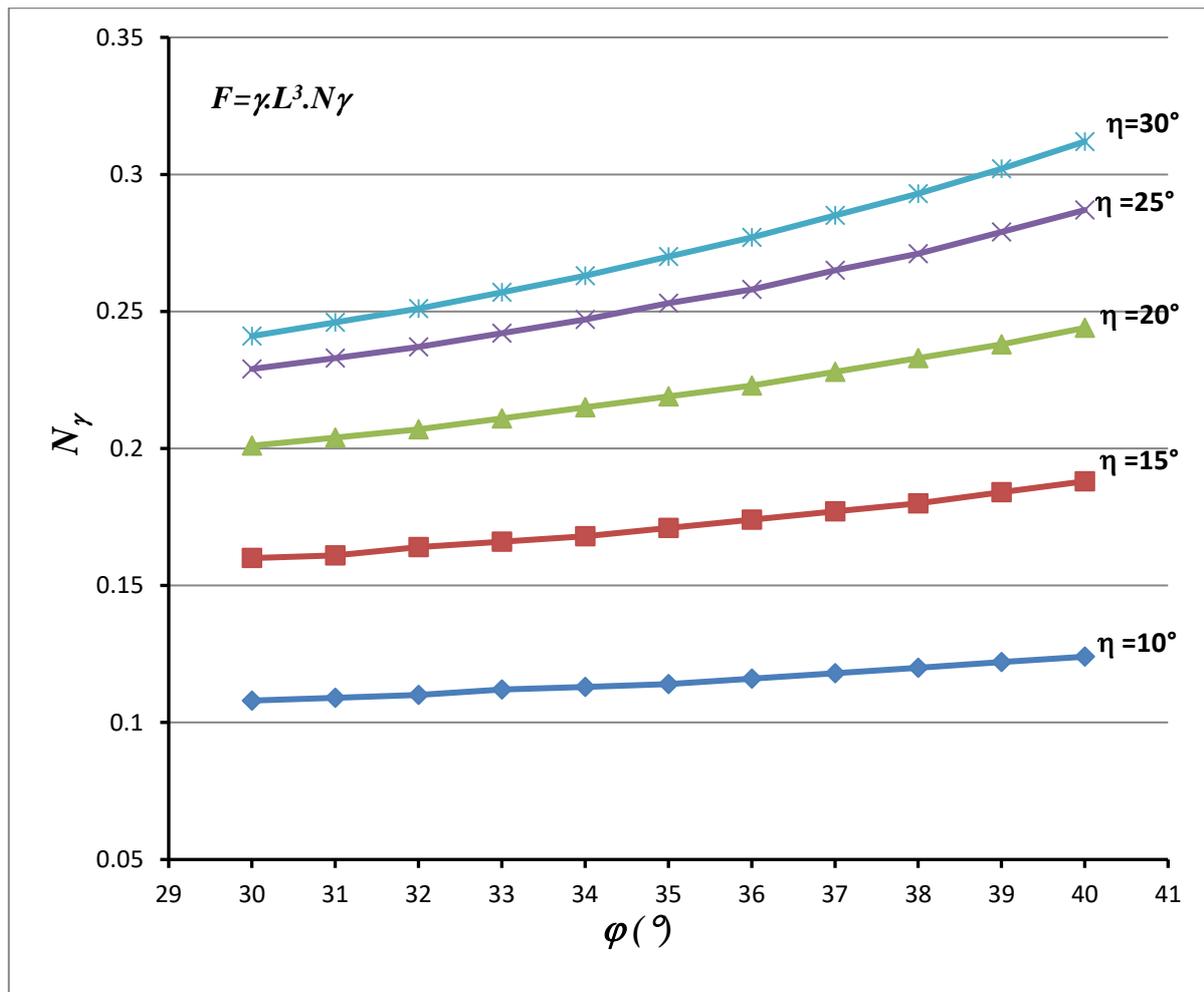


Figure 3.11 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (η) pour ($\theta=30^\circ$)



φ [°]	N_γ ($\eta=10^\circ$)	N_γ ($\eta=15^\circ$)	N_γ ($\eta=20^\circ$)	N_γ ($\eta=25^\circ$)	N_γ ($\eta=30^\circ$)
30	0,093	0,133	0,161	0,176	0,174
31	0,093	0,134	0,164	0,179	0,178
32	0,094	0,136	0,166	0,182	0,182
33	0,096	0,138	0,169	0,186	0,186
34	0,097	0,14	0,172	0,19	0,191
35	0,098	0,142	0,175	0,194	0,195
36	0,099	0,145	0,179	0,198	0,201
37	0,101	0,147	0,183	0,203	0,206
38	0,103	0,15	0,187	0,208	0,212
39	0,104	0,153	0,191	0,214	0,219
40	0,106	0,156	0,196	0,22	0,224

Tableau 3.3 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (η) pour ($\theta=35^\circ$)

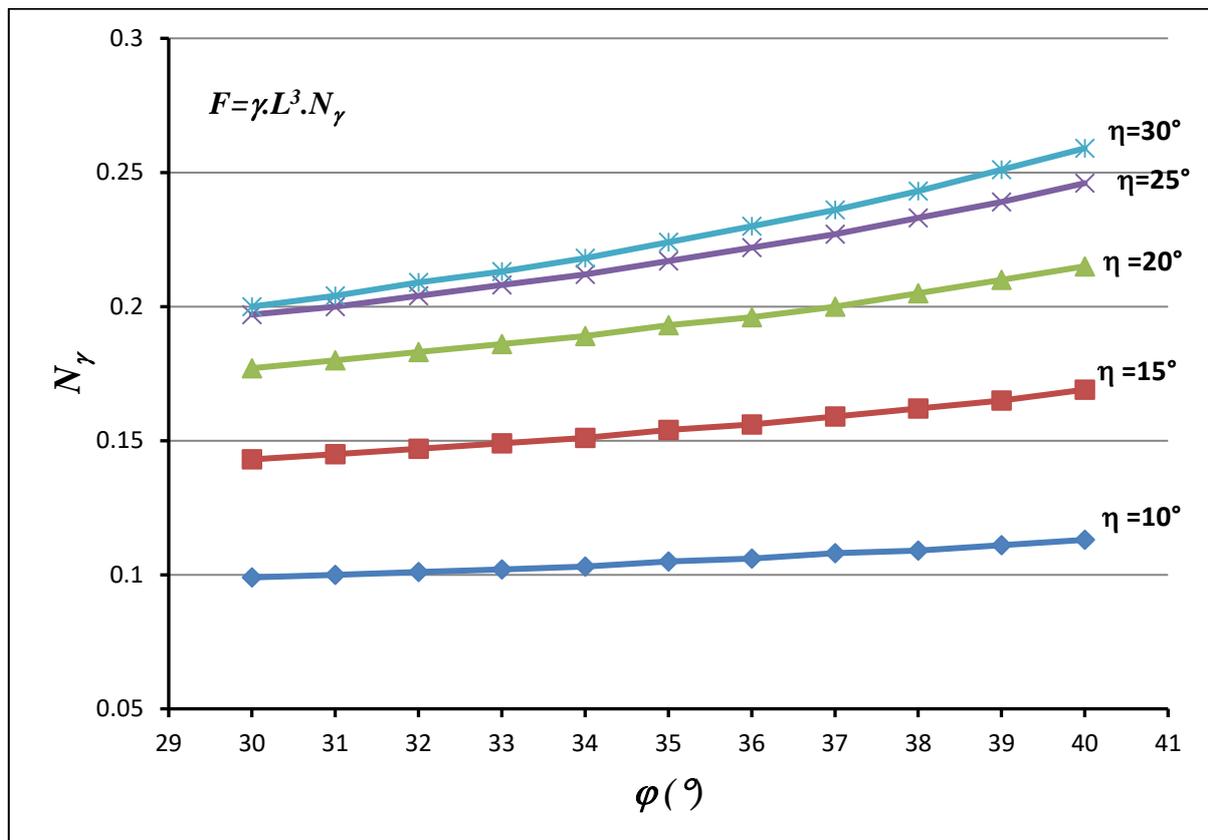


Figure 3.12 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (η) pour ($\theta=35^\circ$)



φ [°]	N_γ ($\theta=25^\circ$)	N_γ ($\theta=30^\circ$)	N_γ ($\theta=35^\circ$)
30	0,12	0,105	0,093
31	0,121	0,106	0,093
32	0,122	0,107	0,094
33	0,124	0,108	0,096
34	0,125	0,11	0,097
35	0,127	0,111	0,098
36	0,129	0,113	0,099
37	0,131	0,114	0,101
38	0,133	0,116	0,103
39	0,135	0,118	0,104
40	0,138	0,12	0,106

Tableau 3.4 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=10^\circ$)

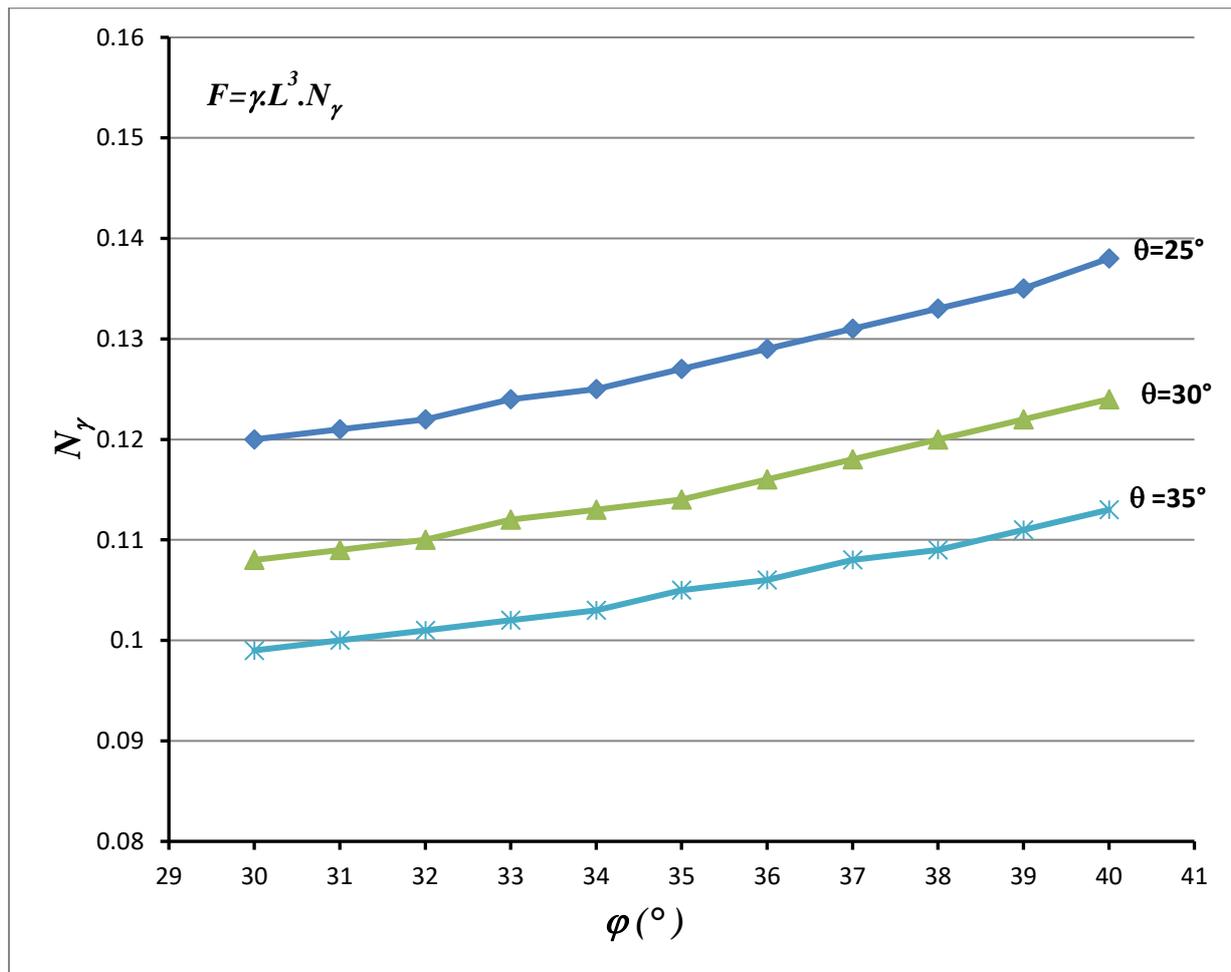


Figure 3.13 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=10^\circ$)



φ [°]	N_γ ($\theta=25^\circ$)	N_γ ($\theta=30^\circ$)	N_γ ($\theta=35^\circ$)
30	0,181	0,154	0,133
31	0,183	0,156	0,134
32	0,186	0,158	0,136
33	0,188	0,16	0,138
34	0,191	0,163	0,14
35	0,194	0,165	0,142
36	0,197	0,168	0,145
37	0,201	0,171	0,147
38	0,205	0,174	0,15
39	0,209	0,178	0,153
40	0,213	0,181	0,156

Tableau 3.5 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=15^\circ$)

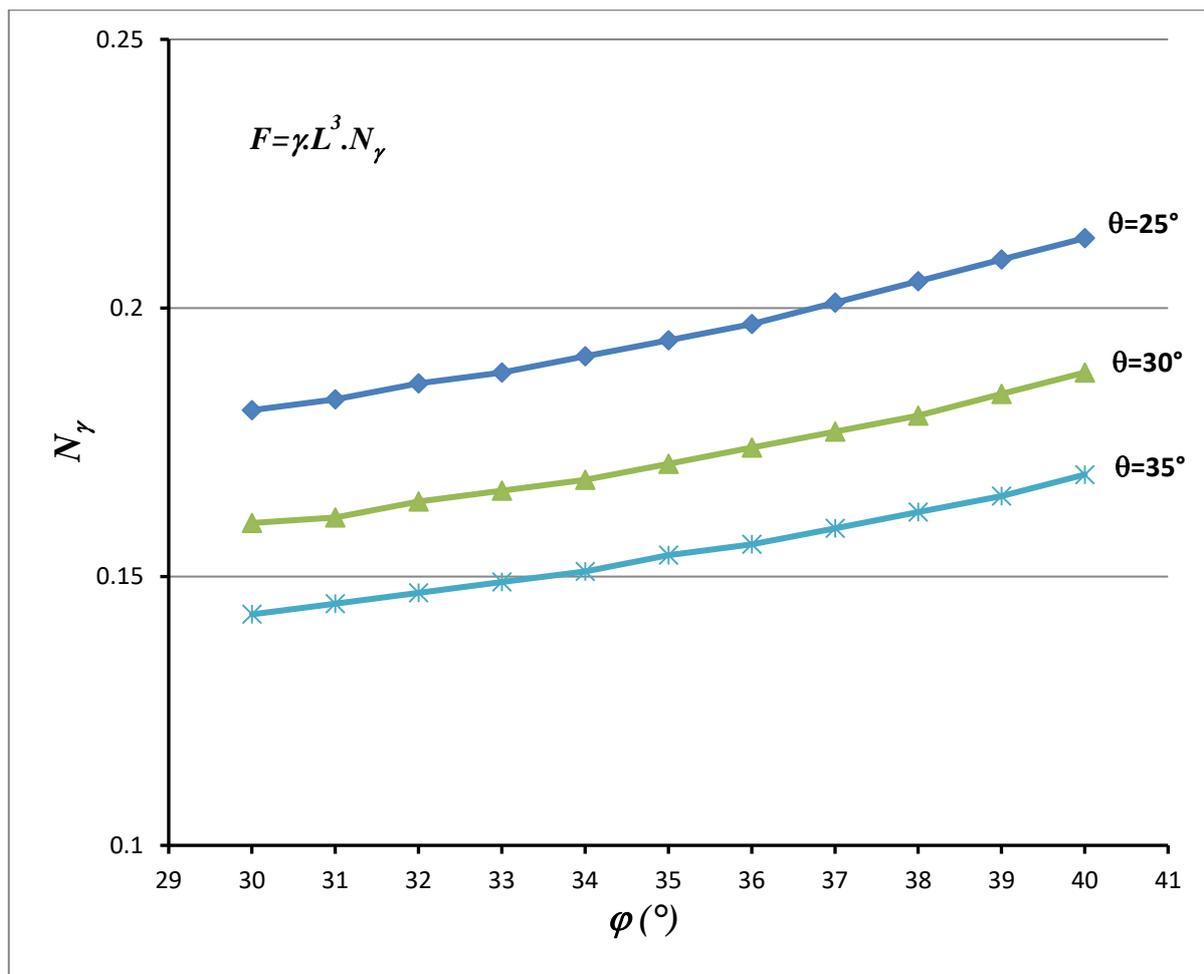


Figure 3.14 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=15^\circ$)



φ [°]	N_γ ($\theta=25^\circ$)	N_γ ($\theta=30^\circ$)	N_γ ($\theta=35^\circ$)
30	0,234	0,201	0,177
31	0,237	0,204	0,18
32	0,241	0,207	0,183
33	0,245	0,211	0,186
34	0,249	0,215	0,189
35	0,254	0,219	0,193
36	0,259	0,223	0,196
37	0,264	0,228	0,2
38	0,27	0,233	0,205
39	0,276	0,238	0,21
40	0,283	0,244	0,215

Tableau 3.6 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=20^\circ$)

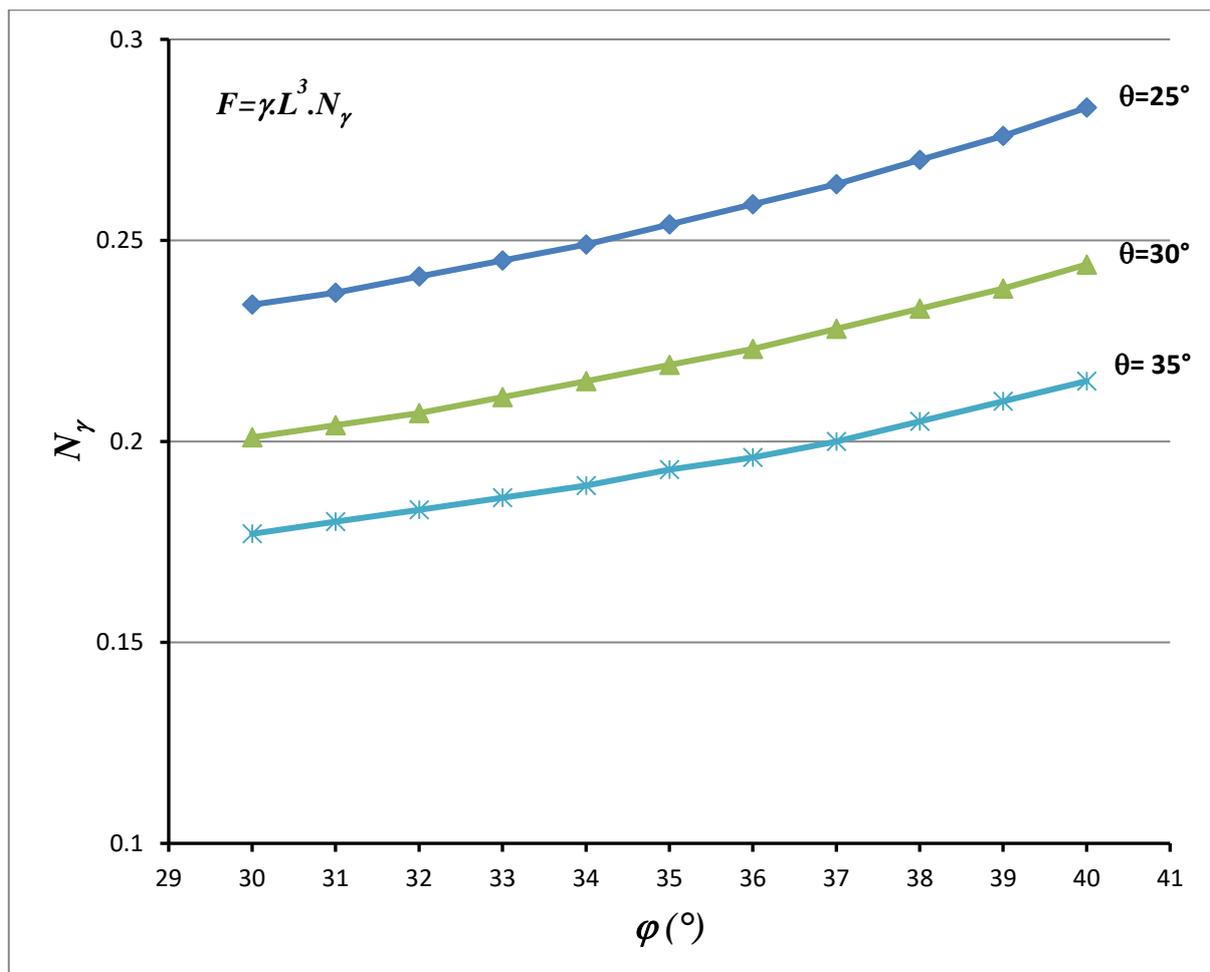


Figure 3.15 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=20^\circ$)



φ [°]	N_γ ($\theta=25^\circ$)	N_γ ($\theta=30^\circ$)	N_γ ($\theta=35^\circ$)
30	0,274	0,229	0,176
31	0,279	0,233	0,179
32	0,284	0,237	0,182
33	0,29	0,242	0,186
34	0,296	0,247	0,19
35	0,302	0,253	0,194
36	0,309	0,258	0,198
37	0,317	0,265	0,203
38	0,325	0,271	0,208
39	0,333	0,279	0,214
40	0,343	0,287	0,217

Tableau 3.7 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=25^\circ$)

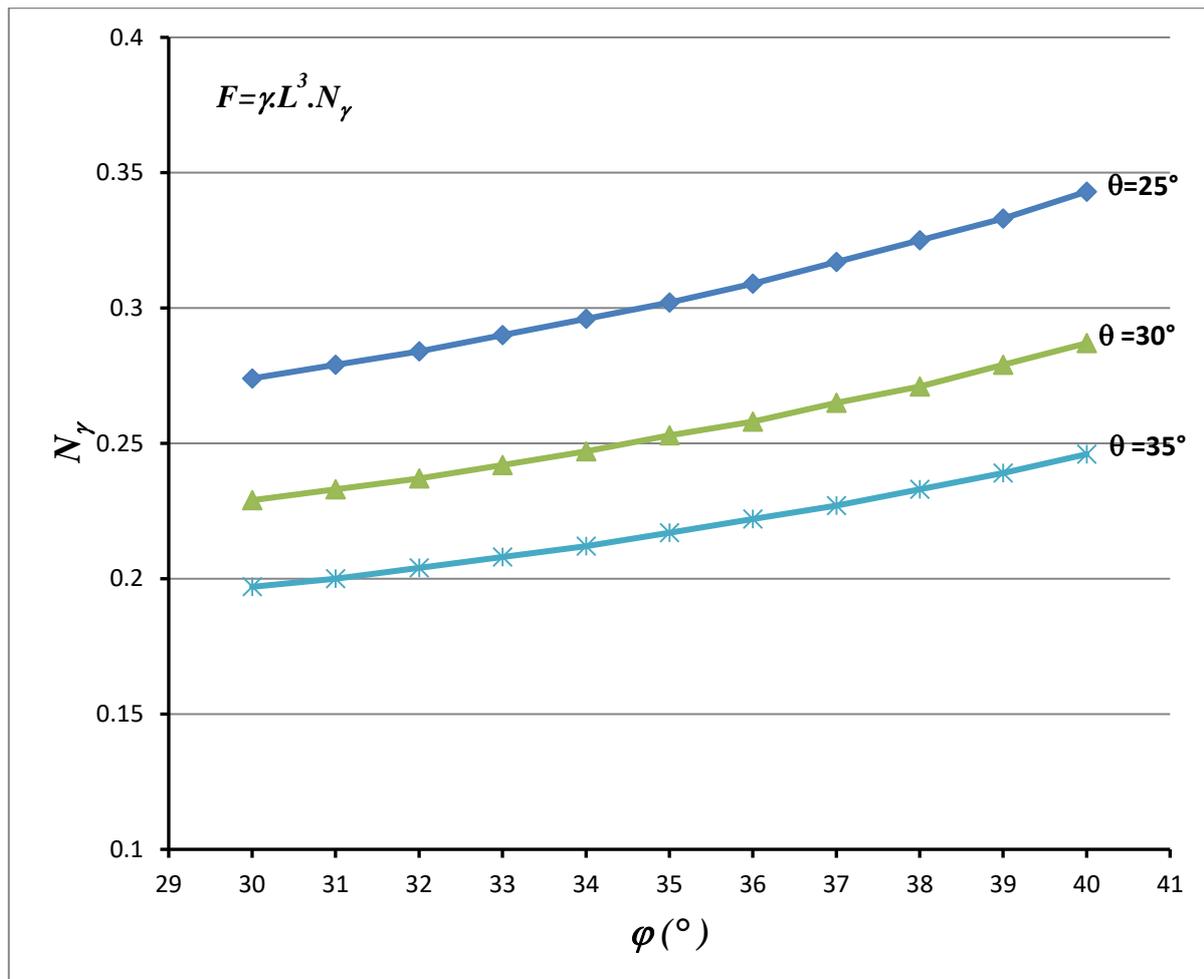


Figure 3.16 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=25^\circ$)



φ [°]	N_γ ($\theta=25^\circ$)	N_γ ($\theta=30^\circ$)	N_γ ($\theta=35^\circ$)
30	0,298	0,241	0,174
31	0,305	0,246	0,178
32	0,311	0,251	0,182
33	0,318	0,257	0,186
34	0,326	0,263	0,191
35	0,334	0,27	0,195
36	0,343	0,277	0,201
37	0,353	0,285	0,206
38	0,363	0,293	0,212
39	0,374	0,302	0,219
40	0,387	0,312	0,224

Tableau 3.8 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=30^\circ$)

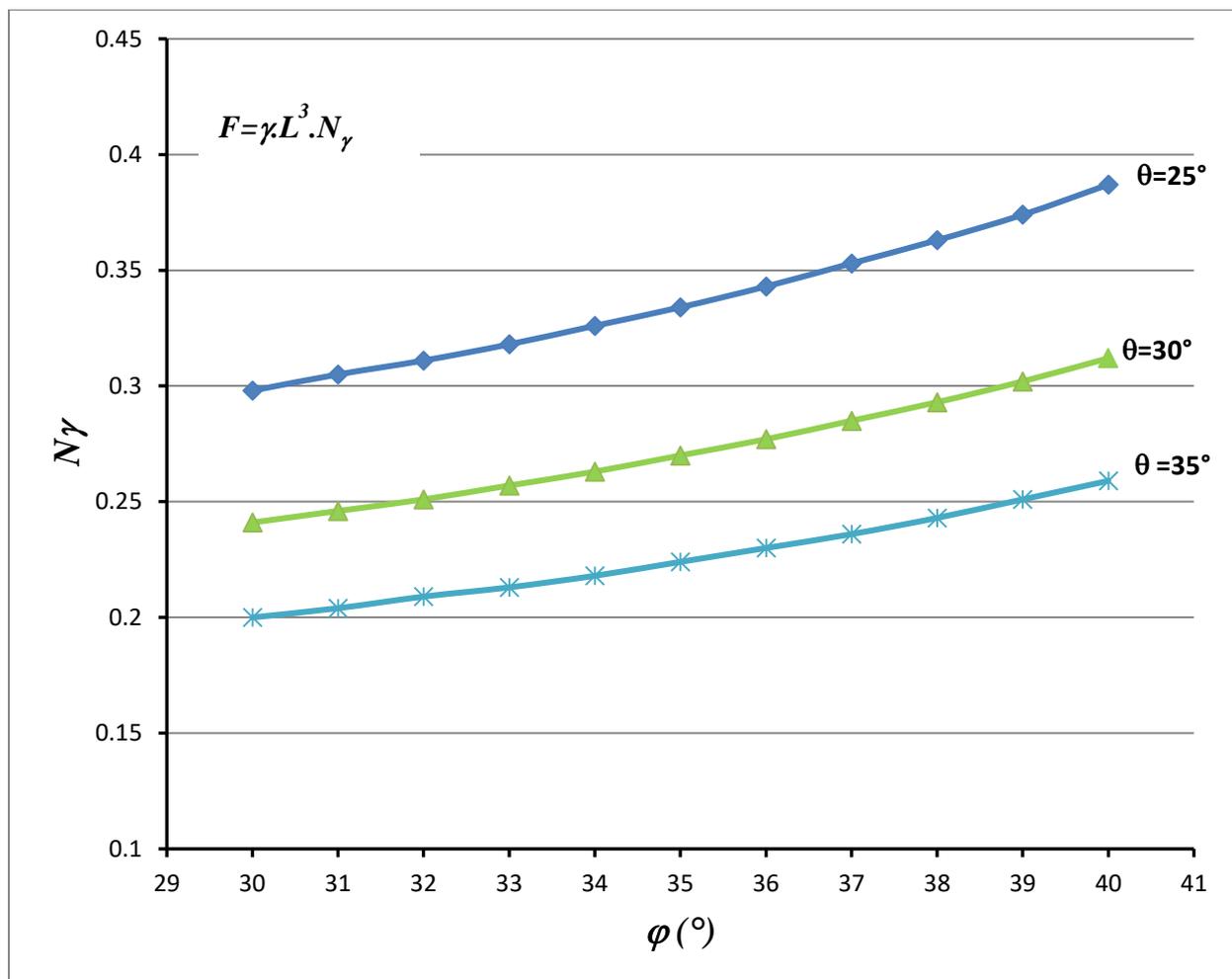


Figure 3.17 La variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne (φ) et (θ) pour ($\eta=30^\circ$)



Les résultats représentés sur les figures 3.10,3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.15 ,3.16 et 3.17 montrent que le facteur d'arrachement (N_γ) dépend de l'angle de frottement interne du sol (φ),de l'inclinaison du tirant d'ancrage(η) et de l'angle d'inclinaison du talus (θ).

Compte tenu de l'allure des courbes montrées sur les figures citées ci-dessus, on a pu constater que la valeur du facteur d'arrachement (N_γ) augmente avec l'accroissement de l'angle de frottement interne du sol (φ), avec l'inclinaison du tirant d'ancrage (η) et diminue avec l'accroissement de l'angle d'inclinaison du talus (θ) .

La figure 3.10 jusqu'à la figure 3.17 peuvent être considérées comme des abaques pour prédire en valeur supérieure (selon le théorème cinématique de l'analyse limite), la charge de rupture d'un tirant d'ancrage isolé et incliné ancré dans un talus composé d'un sol pulvérulent.

3.7 Validation du modèle théorique avec les REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020)

La charge limite (F) d'un tirant d'ancrage rugueux, isolé et incliné placé dans un sol homogène isotrope non cohérent limité par une surface libre horizontale est déterminée par l'expression (3.10).

$$F = \frac{\pi \cdot \gamma \cdot a \cdot b \cdot L \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\varphi)}{3 \cdot \sin(\beta - 2\varphi)} \quad (3.10)$$

Pour la validation du modèle théorique, nous avons utilisé, les REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020). Les résultats de la comparaison de la variation du facteur d'arrachement (N_γ) avec l'angle de frottement interne du sol (φ varie de 30° à 40° avec un incrément de 1°) d'un tirant d'ancrage isolé et verticale ; placé dans un sol homogène isotrope non cohérent limité par une surface libre horizontale pour : ($c=0\text{Kg/m}^2, \gamma=1570\text{Kg/m}^3, L=12\text{m}, d=0,12\text{m}, \theta=0^\circ, \alpha=0^\circ$) sont regroupés dans le tableau 3.1.

φ [°]	(N_γ) Analyse limite	(N_γ) TA 2020	(N_γ) Analyse limite/ (N_γ) TA 2020
30	24 ,66	0,138	178,69
31	30,61	0,148	206,82
32	38,63	0,159	242,95
33	49,54	0,170	272,19
34	64,76	0,182	355,82
35	89 ,68	0,194	462,26
36	119,16	0,207	575,65
37	169 ,88	0,220	772,18
38	253 ,48	0,234	1083,50
39	401,77	0,249	1613,53
40°	691,86	0 ,263	2630,64

Tableau 3.9 Comparaison des valeurs du facteur d'arrachement (N_γ) obtenues avec la borne supérieure de l'analyse limite et ceux des REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020)

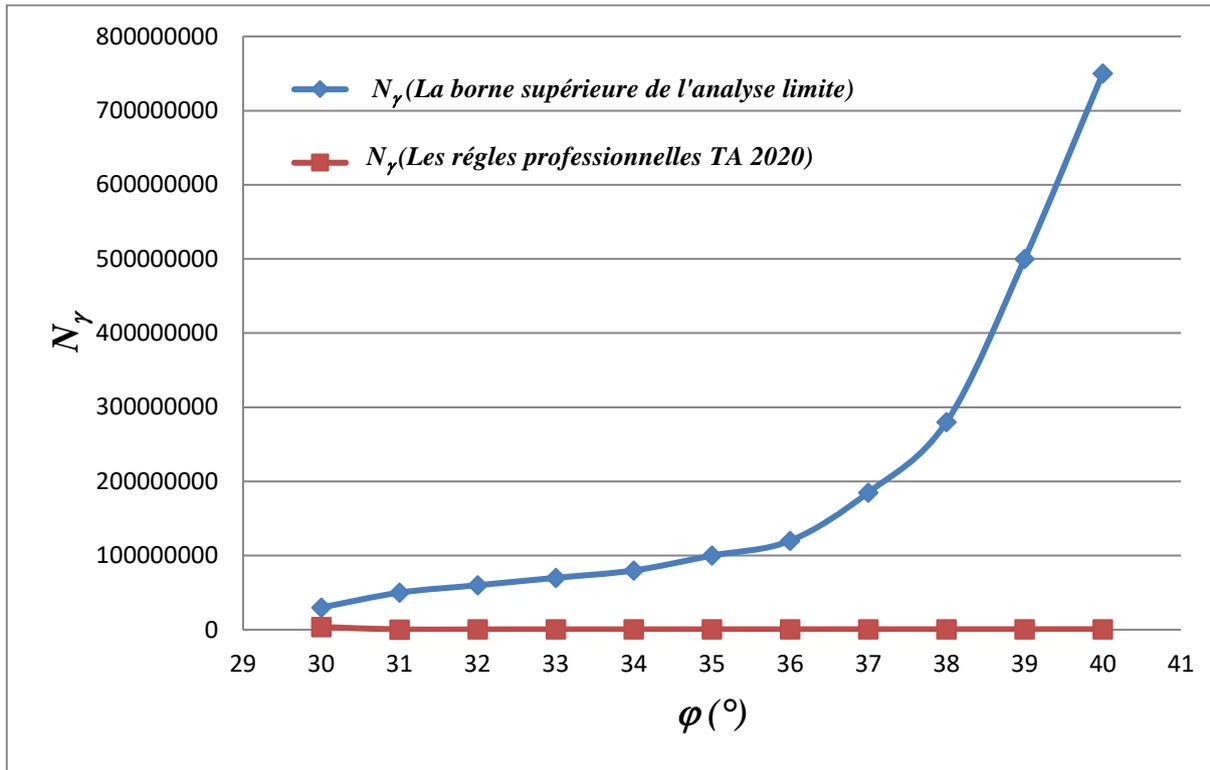


Figure. 3.18 Comparaison des valeurs du facteur d'arrachement (N_γ) obtenues avec la borne supérieure de l'analyse limite et ceux des REGLES PROFESSIONNELLES (TA 2020)

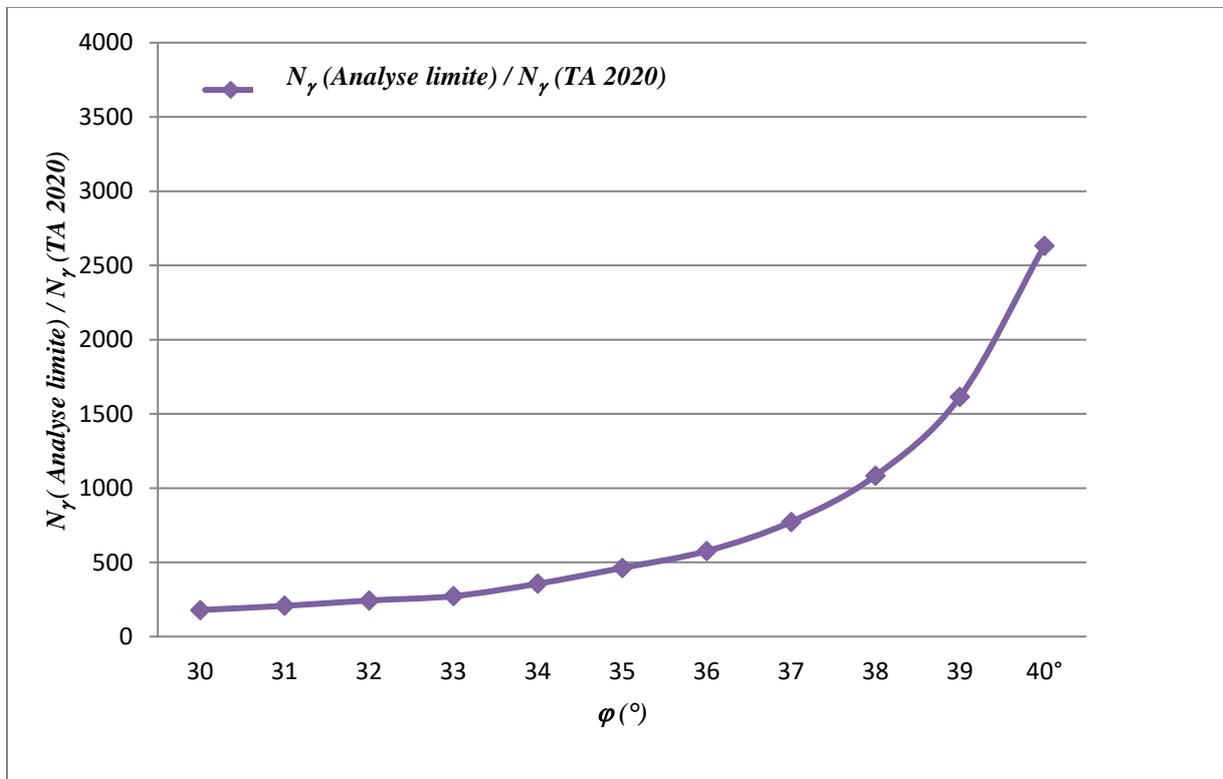


Figure. 3.19 La variation du rapport (N_γ (Analyse limite)/ N_γ (TA 2020)) avec l'angle de frottement interne (φ)



La comparaison des résultats théoriques obtenus par la borne supérieure de l'analyse limite avec ceux obtenus par les REGLES PROFESSIONNELLES TA 2020 selon le tableau 3.9 et les figures 3.18 et 3.19 montre que :

- Les valeurs du facteur d'arrachement (N_γ) obtenues avec la borne supérieure de l'analyse limite sont supérieures à celles obtenues avec les REGLES PROFESSIONNELLES TA 2020.
- Le modèle théorique donne bien des bornes supérieures (N_γ (Analyse limite)/ N_γ (TA 2020)>1).

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre une analyse théorique du comportement d'un tirant d'ancrage rugueux, isolé et incliné ancré dans un sol homogène et isotrope (pulvérulent) était menée en utilisant la méthode cinématique de l'analyse limite.

Cette méthode conduit à un mécanisme de rupture cinématiquement admissible que par le biais du Logiciel MATHCAD qui s'est évertué à déterminer la borne supérieure. Il ressort de cette étude que :

- La forme de la courbe donnant l'effort (F) en fonction de la variable (β) du modèle dans l'espace est concave (forme de cuvette) indiquant l'existence d'un minimum donc d'une butée.
- Le facteur d'arrachement (N_γ) augmente avec l'accroissement de l'angle de frottement interne du sol (φ), de l'angle d'inclinaison (η) du tirant d'ancrage et diminue avec l'angle d'inclinaison du talus (θ).
- Le modèle élaboré, proposé en un seul bloc, surestime sans doute la valeur de la charge limite ; mais cela est tout de même une première valeur limite que la valeur réelle ne peut dépasser (selon le théorème cinématique de l'analyse limite).

Conclusion générale et perspectives



Conclusion générale et perspectives

L'objectif de ce travail de recherche présenté dans cette thèse est de contribuer à comprendre le comportement d'un tirant d'ancrage rugueux ,isolé ,incliné soumis à un chargement statique axiale ; placé dans un sol homogène et isotrope (sol pulvérulent) limité par une surface libre inclinée par la proposition d'un modèle de rupture ,par l'évaluation de la charge limite et aussi par l'examen de l'influence des paramètres géotechniques et géométriques sur cette charge en utilisant le théorème cinématique de l'analyse limite.

Cette étude se subdivise en trois parties principales : une analyse bibliographique, une partie descriptive présentant la théorie de l'analyse limite, une étude théorique consistant à l'élaboration d'un modèle basé sur le théorème cinématique de la théorie de l'analyse limite.

L'étude bibliographique a permis de mettre en évidence les points suivants :

- La majorité des recherches antérieures sur l'analyse du comportement des tirants d'ancrage étaient basées sur des essais expérimentaux en vraie grandeur ;
- Très peu d'analyses numériques étaient effectuées pour déterminer la charge limite et le mécanisme de transfert de charge des tirants d'ancrage placés dans les sols frottant ;
- D'après ces études, les principaux paramètres qui sont mis en jeu : l'angle de frottement interne du sol, la densité, la longueur et le diamètre de la partie scellée, la pression d'injection .Néanmoins , il existe d'autres facteurs susceptibles d'influencer le comportement des tirants d'ancrage qui est complexe comme : l'inclinaison des tirants d'ancrage, les dimensions de la longueur libre, les caractéristiques mécaniques de l'armature et son diamètre, les dimensions des perforations, le mode de scellement , les caractéristiques et quantité du coulis d'injection. Cette complexité provoque la difficulté de l'estimation de la charge limite qui est nécessaire pour la conception ;
- Les solutions analytiques qui ont été développées se sont basées sur des hypothèses simplificatrices ;
- Les essais expérimentaux ont montré que l'augmentation de la force de rupture des tirants d'ancrage est proportionnelle à l'augmentation de la densité du sol, de l'angle de frottement interne, de la longueur et du diamètre de la partie scellée ainsi que l'accroissement de la pression d'injection ajouté à cela les déplacements sont non linéaires ;
- Les résultats numériques ont prouvé que le mécanisme de transfert de charge est non linéaire et la distribution des contraintes de cisaillement le long de la partie scellée est non uniforme ;



L'analyse des résultats obtenus à l'aide du modèle répondant aux critères de la borne supérieure de l'analyse limite que nous avons élaboré, fait apparaître que :

- La forme de la courbe donnant l'effort (F) en fonction de la variable (β) du modèle dans le plan et dans l'espace est concave (forme de cuvette) indiquant l'existence d'un minimum donc d'une butée ;
- La valeur du facteur d'arrachement (N_γ) augmente avec l'accroissement de l'angle de frottement interne du sol (φ), avec l'inclinaison du tirant d'ancrage (η) et diminue avec l'angle d'inclinaison du talus (θ) ;
- Le modèle élaboré proposé en un seul bloc surestime sans doute la valeur de la charge limite ; mais cela est tout de même une première valeur limite que la valeur réelle ne peut dépasser ;

En ce qui concerne les perspectives de recherches qu'il pourrait être intéressant de développer pour compléter et étendre ce travail à la fois sur les plans analytiques et numériques, on peut mentionner les points suivants:

- Une étude pour plus d'un bloc de rupture serait la bienvenue pour affiner le modèle et obtenir des bornes supérieures plus petites proches de la valeur réelle ;
- Des lignes de rupture courbes auront aussi l'avantage de rendre le modèle plus proche de la forme réelle ;
- Le travail présenté dans cette thèse a été réalisé dans un sol pulvérulent ; donc il est nécessaire de poursuivre l'étude en sol cohérent pour étudier l'influence de la cohésion ;
- Dans la présente étude, la loi de comportement de MOHR-COULOMB était utilisée ; il est recommandé dans une étude plus étendue de prendre en considération l'influence d'autres lois de comportement ;
- Une analyse numérique tridimensionnelle avec les méthodes qui sont basées sur la méthode des éléments finis et des différences finis ;
- Une étude de la stabilité du tirant d'ancrage avec une analyse dynamique sous chargement cyclique ou sismique ;
- L'étude de l'interférence de plusieurs tirants d'ancrage avec les deux approches ;

Bien que l'étendue des travaux qui restent à réaliser demeure très vaste, cette recherche mérite d'être poursuivie et approfondie afin d'apporter d'importantes contributions à ce sujet.

Références bibliographiques



Références bibliographiques

B

British Standard Institution (1989), British standard code of practice for ground anchorages (BS 8081), London, 176p.

Benamara, F.Z. (2018), Analyse de la stabilité des écrans de soutènement ancrés, Thèse de Doctorat, Université 08 Mai 1945 Guelma, Algérie, 145p.

C

Chen, W.F. (1975), Limit analysis and soil plasticity, Elsevier, Amsterdam, Netherland, 638p.

D

Davis, A.G., Plumelle, C. (1979), Comportement des tirants d'ancrage dans un sable, *Revue Française de Géotechnique*, N°10, pp.5-19.

Desai C. S., Somasundaram S., Frantziskonic G.(1986), A hierarchical approach for constitutive modeling of geologic materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.10, N° 3, pp.225-257.

Drucker, D.C, Greenberg, H.J. et Prager, W. (1952), Extended limit design theorems for continuous media, *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 9, N°4, pp. 381-389.

Drucker, D.C., Greenberg, H.J. (1952), Soil mechanics and plastic analysis or limit design, *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 10, pp. 157-165.

E

Evans, R. H. (1955), Application of prestressed concrete to water supply and drainage, *Public Health Engineering Division Meeting*, Public Health Paper N°12, London.

F

Fujita, K., Ueda, K., Kusabuka, M. (1978), A method to predict the load displacement relationship of ground anchors , *Revue Française de Géotechnique*, N°3, pp.58-62.

H

Hanna, T.H. (1982), Foundations in tension-ground anchors, Trans Tech Publications, Germany, 573p.

Hawkes, J.M. ,Evans R.H.(1951), Bond stresses in reinforced concrete columns and beams, *Journal of the Institute of Structural Engineers*, Vol.24, N°10, pp.323-327.

Hill, R. (1950), The Mathematical theory of plasticity, Clarendon press, Oxford, 356p.

Huybrechts N., Tomboy O., Maertens J., Holeyman A. (2008) , Full scale load test program Limelette, overview of the test compaign, set up et general results, *Proceedings of the International Symposium on Ground Anchors* , Vol. 1, Brussels.

Huybrechts N., Tomboy O., Maertens J., Vos, M. D. (2008), Integrated analysis of the anchor load test, results in limelette and suggestion for harmonised anchor design and test methodology in Belgium in a EC7 framework, *Proceedings of the International Symposium on Ground Anchors*, Vol. 1, Brussels.

J

Jones, N. C., Kerkhoff, G.O. (1961), Beeld caissons anchor walls as Michigan remodels an expressway, *Engineering News Record*, pp.28-31, 195-197.



Jorge G.R. (1969), The regroutable IRP anchorage for soft soils, low capacity or karstic rocks, *Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering*, Mexico, pp.159-163.

Juran, I., Elias, V. (1991), Ground Anchors and Soil Nails in Retaining Structures, Chap.26 in *Foundation Engineering Handbook*, 2nd ed, Editor: H Fang, Van Nostrand Reinhold, pp. 868–905.

K

Kramer, H. (1978), Determination of the carrying capacity of ground anchors with the correlation and regression analysis, *Revue Française de Géotechnique*, N°3, pp. 76-81.

L

Littlejohn, G.S. (1970), Soil anchors, Ground engineering, *Proceedings of the Conference on Ground Engineering, ICE, London*, pp.11-15.

M

Mandel, J. (1964), Contribution théorique à l'étude de l'écoulement et des lois de l'écoulement plastique, *Proceedings of 11th Congress of Applied Mechanics*, Berlin, pp.502-509.

Mathcad software (2014), Mathsoft Engineering and Education, Inc.USA.

Mekki,F.,Meksaouine,M.,Guenfoud,M.(2011),Etude théorique du comportement des tirants d'ancrage dans un sol pulvérulent, *Synthèse :Revue des Sciences et des Technologie*,Vol.23,pp.22-30.

Middleton, H. (1961), Raising the Argal dam, *The Consulting Engineer*,II.

Morris,S.S. (1956), Steen bras dam strengthened by post tensioning cables, *Civil Engineering*, Vol.2.

Muller,H. (1966), Erfahrungenmit verankerungen system BBRV in fels-und Lock ergesteinen, *Schweizerische Bauzeitung*, Vol.84,N°4,pp.77-82.

N

Norme française NF EN 1537 (2000), Exécution des travaux géotechniques spéciaux, Tirants d'ancrage, *L'Association Française de Normalisation AFNOR, Paris, France*, 56p.

O

Ostermayer, H. (1974), construction carrying behaviour and creep characteristics of ground anchors, *Conference on Diaphragm Walls and Anchorages*, London.

Ostermayer, H., Scheele, F. (1978), Research on ground anchors in non-cohesive soils, *Revue Française de Géotechnique*, N°3, pp. 92-97.

P

Petrasovits,G.(1981), Interaction between soil and grouted anchor, https://www.issmge.org/uploads/publications/1/35/1981_02_0044.pdf

Phillips, S.H.E. (1970), Factors affecting design of anchorages in rock,Cementation Research Report R48/70,cementation reasearch Ltd.,London.

R

Randenkovic, D. (1961), Théorèmes limites pour un matériau de Coulomb à dilatation non standardisée, C.R.Ac.Sc.Paris, 252, pp.4103-4104.

Rong-Jun, Z., Jun-Jie, Z., Pei-Ying, L., Juan Z., Shun Y. (2012), A method for predicting mechanical behavior of HPJG-anchors part I:Mechanical characteristics and load transfer models, *Computers and Geotechnics* ,Vol. 45,pp.62-73.

S

Sung-Chi, H.; Chin-Ming, H.(2007), Pullout performance of vertical anchors in gravel formation ,*Engineering Geology* ,Vol.90 ,pp.17–29.



T

Tirants d’ancrage (TA 2020) (2020), Règles professionnelles relatives à la conception, au calcul, à l’exécution au contrôle et la surveillance, Comité Française de Mécanique des sols et Géotechnique ,144p.

Tomboy O., Huybrechts N. (2008), Excavation of the anchors measurements and observation, *Proceedings of the International Symposium on Ground Anchors*, Vol. 1, Brussels.

W

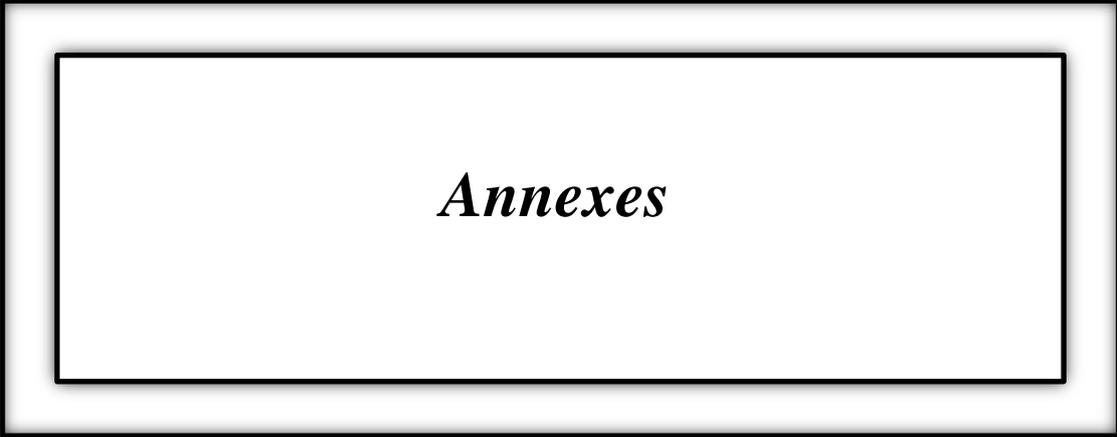
Weatherby, D. E. (1982), Tiebacks, Federal Highway Administration, Report No. FHWA/RD-82/047.

Woods, R.I., Barkhordari, K. (1997) , The influence of bond stress distribution on ground anchor design, *Proceedings of the International Conference on Ground Anchorages and Anchored Structures*, London, pp.55-64.

Sites Internet :

http://www.freyssinet.ch/cd_28html/chapitre_01/pdf/chapitre2.1_fr.pdf

http://lycee-cherioux.fr/Mooc/soutenements/ancrage/~gen/ancrage.publi/web/res/Schema-Tirants_content.jpg



Annexes



ANNEXE A

Détail de calcul du modèle en plan selon le critère de MOHR-COULOMB



A.1 Modèle de rupture en plan du sol environnant le tirant d'ancrage incliné selon le critère de MOHR- COULOMB

Le modèle montré sur la figure (A.1) est composé d'un bloc rigide (DAB) décrit par le paramètre (β) limité par deux droites (lignes de rupture AD et AB) et la surface libre inclinée qui sont choisis de telle façon que l'on doit respecter en tout point la condition cinématique d'angle (φ) qui est l'angle du frottement interne du sol ; entre le vecteur vitesse et les lignes de rupture .

Les champs de vitesses sont donnés sur la figure (A.2).

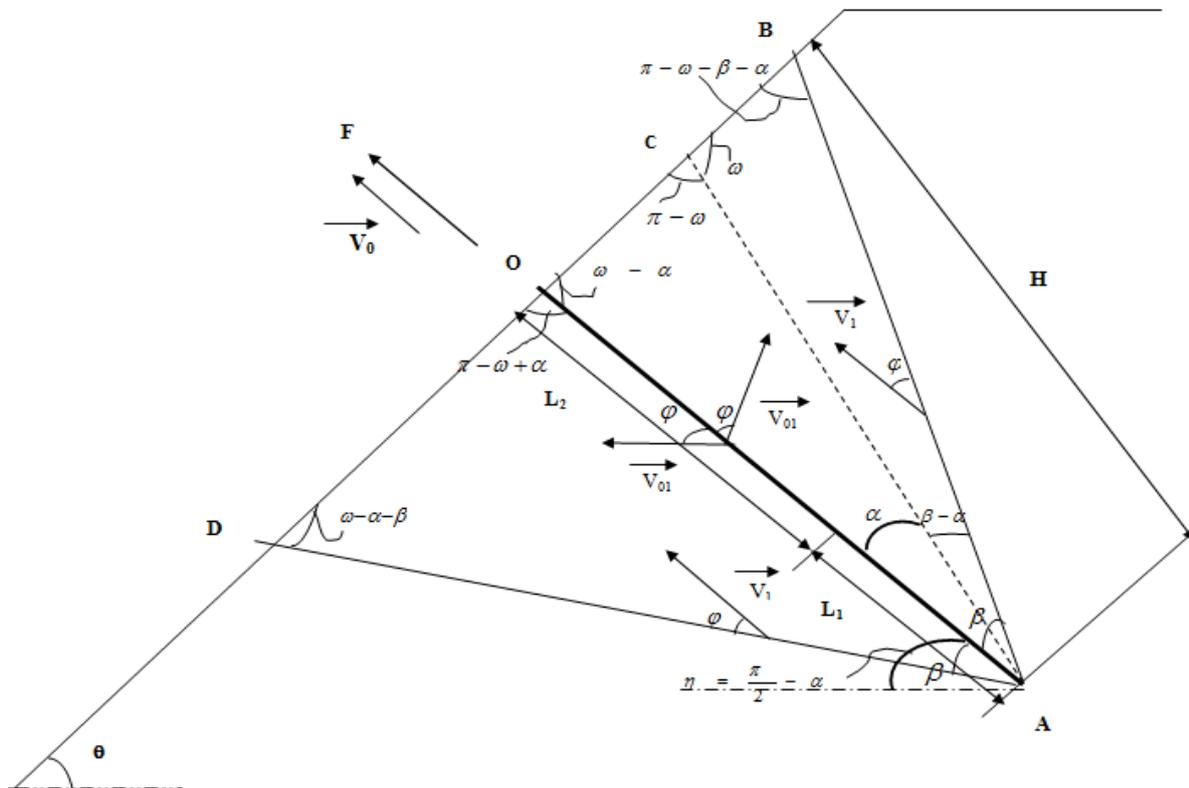


Figure A.1 Modèle de rupture en plan du sol environnant le tirant d'ancrage incliné ($\delta > \varphi$) selon le critère de MOHR-COULOMB

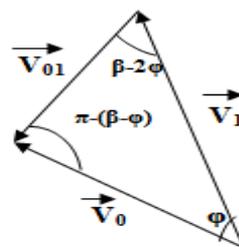


Figure A.2 Diagramme de vitesse associée selon le critère de MOHR –COULOMB



A.1.1 Les vitesses

A partir du diagramme des vitesses représenté ci-dessus, nous pouvons déduire géométriquement les expressions des vitesses relatives et principales en fonction de la vitesse initiale (V_0).

La vitesse initiale. : V_0

La vitesse relative tirant d'ancrage-sol : $V_{01} = \frac{V_0 \cdot \sin(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)}$

La vitesse du bloc : $V_1 = \frac{V_0 \cdot \sin(\beta - \varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)}$

A.1.2 Longueurs des lignes de rupture

Sont déduites respectivement à partir des triangles (voir figure A.1) :

$$L_{OA} = L$$

$$L_{OA} = L_1 + L_2 = L$$

L_1 : la longueur scellée

L_2 : la longueur libre

L : la longueur totale du tirant d'ancrage

θ : l'angle d'inclinaison du talus

η : l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage par rapport à l'horizontale

$$\omega = \frac{\pi}{2} + \theta$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \eta$$

$$L_{OC} = \frac{L \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\pi - \alpha)}$$

$$L_{AC} = \frac{L \cdot \sin(\omega - \alpha)}{\sin(\pi - \omega)}$$

$$L_{DA} = \frac{L \cdot \sin(\pi - \omega + \alpha)}{\sin(\omega - \alpha - \beta)}$$



$$L_{AB} = \frac{L \cdot \sin(\omega - \alpha)}{\sin(\pi - \omega - \beta + \alpha)}$$

$$H = L \cdot \cos(\omega - \alpha)$$

A.1.3 Poids des massifs

a) Massif (OAB)

La surface de l'aire du triangle montré sur la figure (A.3) est exprimée par la relation suivante :

$$S_{OAB} = \frac{L_{AB} \times L_{OG}}{2}$$

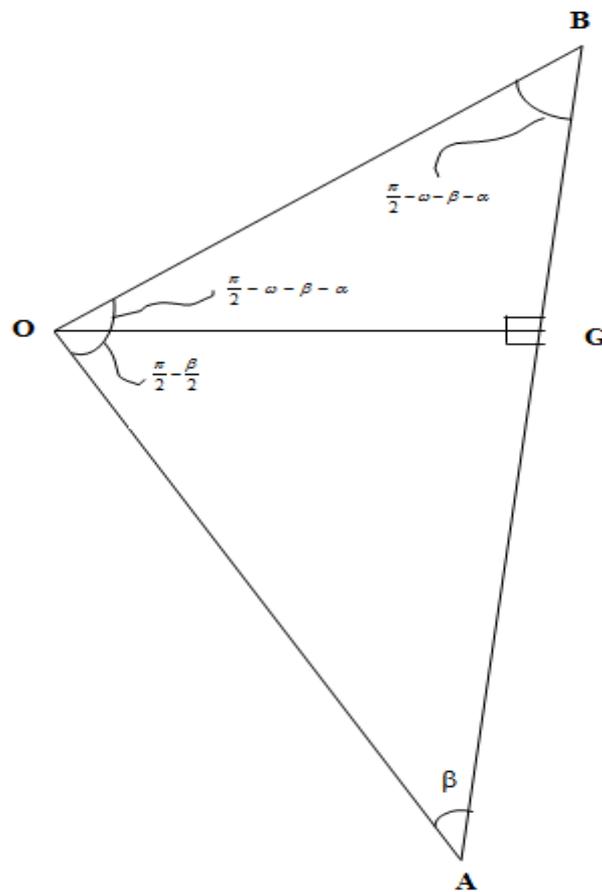


Figure A.3 Schéma du massif (OAB)

D'après les triangles semblables, on peut déduire les relations suivantes :

$$\frac{L_{OG}}{\sin(\beta)} = \frac{L}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)} \Rightarrow L_{OG} = \frac{L \cdot \sin(\beta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}$$



Par substitution, on obtient :

$$S_{OAB} = \frac{L^2 \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\omega - \alpha)}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin(\pi - \omega - \beta + \alpha)}$$

Le poids du massif $W_{OAB} = \frac{\gamma \cdot L^2 \cdot \sin(\omega - \alpha) \cdot \sin(\beta)}{2 \cdot \sin(\pi - \omega - \beta + \alpha) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}$; avec γ : le poids volumique du

sol.

b) Massif (DAO)

La surface de l'aire du triangle montré sur la figure (A.4) est exprimée par la relation suivante :

$$S_{OAD} = \frac{L_{DA} \times L_{OE}}{2}$$

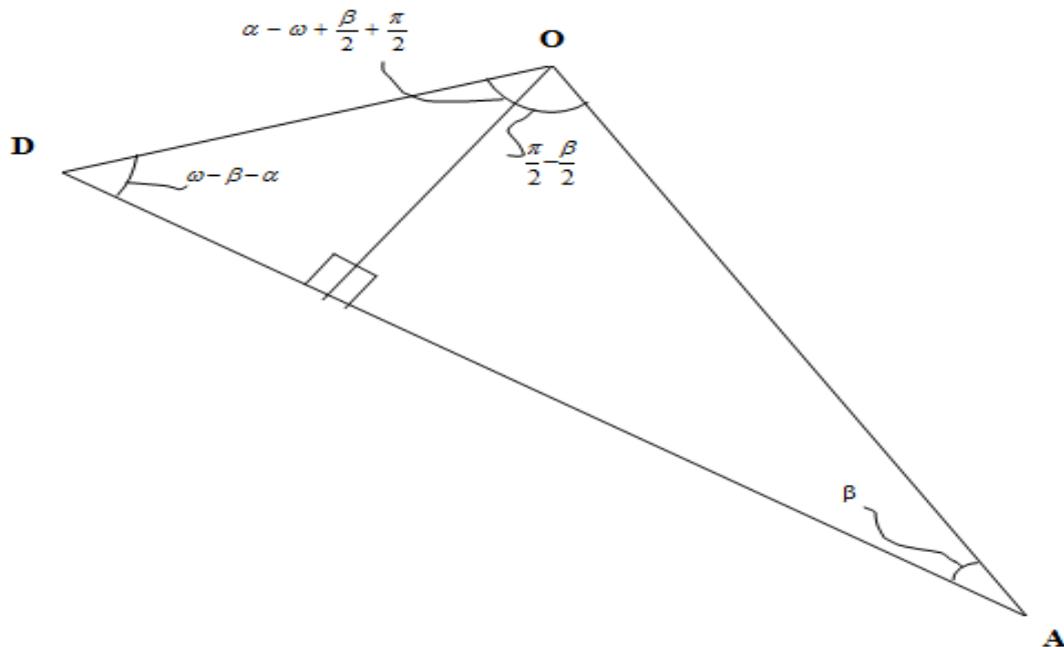


Figure A.4 Schéma du massif (DAO)

D'après les triangles semblables, on peut déduire les relations suivantes :

$$\frac{L_{OE}}{\sin(\beta)} = \frac{L}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)} \Rightarrow L_{OE} = \frac{L \cdot \sin(\beta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}$$



Par substitution on obtient :

$$S_{OAD} = \frac{L^2 \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\pi - \omega + \alpha)}{2 \cdot \sin(\omega - \alpha - \beta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}$$

Le poids du massif : $W_{OAD} = \frac{\gamma \cdot L^2 \cdot \sin(\pi - \omega + \alpha) \cdot \sin(\beta)}{2 \cdot \sin(\omega - \alpha - \beta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}$; avec γ : le poids volumique du

sol

A.1.4 Energie dissipée

Les dissipations d'énergie interne dues à la cohésion le long des lignes de rupture et de l'interface sol-tirant d'ancrage pour le cas d'un tirant d'ancrage rugueux ($\delta > \varphi$) dans un sol homogène ayant une cohésion (c) sont données par les expressions suivantes :

Le taux d'énergie interne dissipée le long de la ligne de rupture (L_{AB}) est égal à :

$$E_{AB} = c \cdot L_{AB} \cdot V_1 \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow E_{AB} = \frac{c \cdot L \cdot \sin(\omega - \alpha) \cdot V_0 \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\pi - \omega - \beta + \alpha) \cdot \sin(\beta - 2\varphi)}$$

Le taux d'énergie interne dissipée le long de la ligne de rupture (L_{AD}) est égal à :

$$E_{AD} = c \cdot L_{AD} \cdot V_1 \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow E_{AD} = \frac{c \cdot V_0 \cdot L \cdot \sin(\pi - \omega + \alpha) \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\omega - \alpha - \beta) \cdot \sin(\beta - 2\varphi)}$$

Le taux d'énergie interne dissipée le long du tirant d'ancrage de longueur (L_{OA}) est égal à :

$$E_{OA} = c \cdot L_1 \cdot V_{01} \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow E_{OA} = \frac{c \cdot L_1 \cdot V_0 \cdot \sin(\varphi) \cos(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)} ; \text{ avec } c : \text{ la cohésion du sol}$$

A.1.5 Travail de forces extérieures

On a deux sortes de travaux :

- Le travail des forces gravitaires des massifs (OAB et DAO) est évalué par les relations suivantes :

$$T_{OAB} = W_{OAB} \times V_1 \times \cos(\pi - \beta - \alpha + \varphi)$$

$$T_{OAD} = W_{OAD} \times V_1 \times \cos(\pi - \beta - \alpha - \varphi)$$



Avec :

$(\pi - \beta + \alpha + \varphi)$ l'angle de projection de la force gravitaire (W_{OAB}) à la direction de vitesse V_1 .

$(\pi - \beta - \alpha - \varphi)$ l'angle de projection de la force gravitaire (W_{OAD}) à la direction de vitesse V_1 .

- Le travail de la force extérieure est égal à: $T = F \times V_0$

A.1.6 Equation d'équilibre

En égalisant le taux de dissipation d'énergie interne au taux du travail des forces extérieures, on obtient :

$$T - T_{OAB} - T_{OAD} = \sum E_i$$

$$F = \frac{1}{V_0} (E_{AB} + E_{AD} + E_{OA} + T_{OAB} + T_{OAD})$$

Et par substitution, on obtient la formulation de la charge limite pour le cas bidimensionnel :

$$F = \frac{c.L.\sin(\omega - \alpha).\sin(\beta - \varphi).\cos(\varphi)}{\sin(\pi - \omega - \beta + \alpha).\sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{c.L_1.\sin(\varphi).\cos(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{c.L.\sin(\pi - \omega + \alpha).\sin(\beta - \varphi).\cos(\varphi)}{\sin(\omega - \alpha - \beta).\sin(\beta - 2\varphi)} \\ + \frac{\gamma.L^2.\sin(\omega - \beta).\sin(\beta).\cos(\pi - \beta + \alpha - \varphi).\sin(\beta - \varphi)}{2.\sin(\pi - \omega - \beta + \alpha).\sin\left(\frac{\pi}{2}\right).\sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{\gamma.L^2.\sin(\beta).\sin(\pi - \omega + \alpha).\cos(\pi - \beta - \alpha - \varphi).\sin(\beta - \varphi)}{2.\sin(\omega - \alpha - \beta).\sin\left(\frac{\pi}{2}\right).\sin(\beta - 2\varphi)} \quad (A.1)$$

Pour $C=0$

$$F = \frac{\gamma.L^2.\sin(\omega - \beta).\sin(\beta).\cos(\pi - \beta + \alpha - \varphi).\sin(\beta - \varphi)}{2.\sin(\pi - \omega - \beta + \alpha).\sin\left(\frac{\pi}{2}\right).\sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{\gamma.L^2.\sin(\beta).\sin(\pi - \omega + \alpha).\cos(\pi - \beta - \alpha - \varphi).\sin(\beta - \varphi)}{2.\sin(\omega - \alpha - \beta).\sin\left(\frac{\pi}{2}\right).\sin(\beta - 2\varphi)} \quad (A.2)$$

Par substitution, on obtient :



$$\begin{aligned}
 F = & \frac{\gamma.L^2.\sin\left[\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \beta\right].\sin(\beta).\cos\left[\pi - \beta + \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) - \varphi\right].\sin(\beta - \varphi)}{2.\sin\left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \beta + \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right].\sin\left(\frac{\pi}{2}\right).\sin(\beta - 2\varphi)} \\
 + & \frac{\gamma.L^2.\sin(\beta).\sin\left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right].\cos\left[\pi - \beta - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) - \varphi\right].\sin(\beta - \varphi)}{2.\sin\left[\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) - \beta\right].\sin\left(\frac{\pi}{2}\right).\sin(\beta - 2\varphi)} \quad (A.3)
 \end{aligned}$$



ANNEXE B

Détail de calcul du modèle dans l'espace selon le critère de MOHR-COULOMB



L_2 : la longueur libre

L : la longueur totale du tirant d'ancrage

θ : l'angle d'inclinaison du talus

η : l'angle d'inclinaison du tirant d'ancrage par rapport à l'horizontale

$$\omega = \frac{\pi}{2} + \theta$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \eta$$

B.1.2 Surfaces de rupture

La forme des surfaces de rupture est le résultat d'une rotation des lignes de rupture (celles du cas bidimensionnel) autour d'un axe qui passe par le milieu du tirant d'ancrage.

a) Surface latérale du cylindre représentant le tirant d'ancrage

S_l : Surface latérale du cylindre

$S_l = \pi.d.L_1$; avec d : le diamètre du tirant d'ancrage.

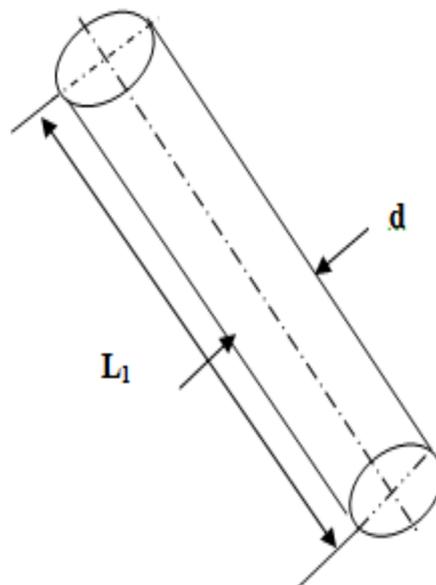


Figure B.2 Surface latérale du cylindre



b) Surface latérale du cône

S_H : Surface latérale du cône

$$S_H = \pi.R.H \quad ; \quad \text{avec : } H = L.\cos(\omega - \alpha)$$

$$L_{DB} = \frac{H.\sin(2\beta)}{\cos(\alpha + \beta).\cos(\alpha - \beta)}$$

$$R = \frac{L_{DB}}{2} = b = \frac{H.\sin(2\beta)}{2.\cos(\alpha + \beta).\cos(\beta - \alpha)}$$

$$S_H = \frac{\pi.H^2.\sin(2\beta)}{2.\cos(\beta - \alpha).\cos(\alpha + \beta)}$$

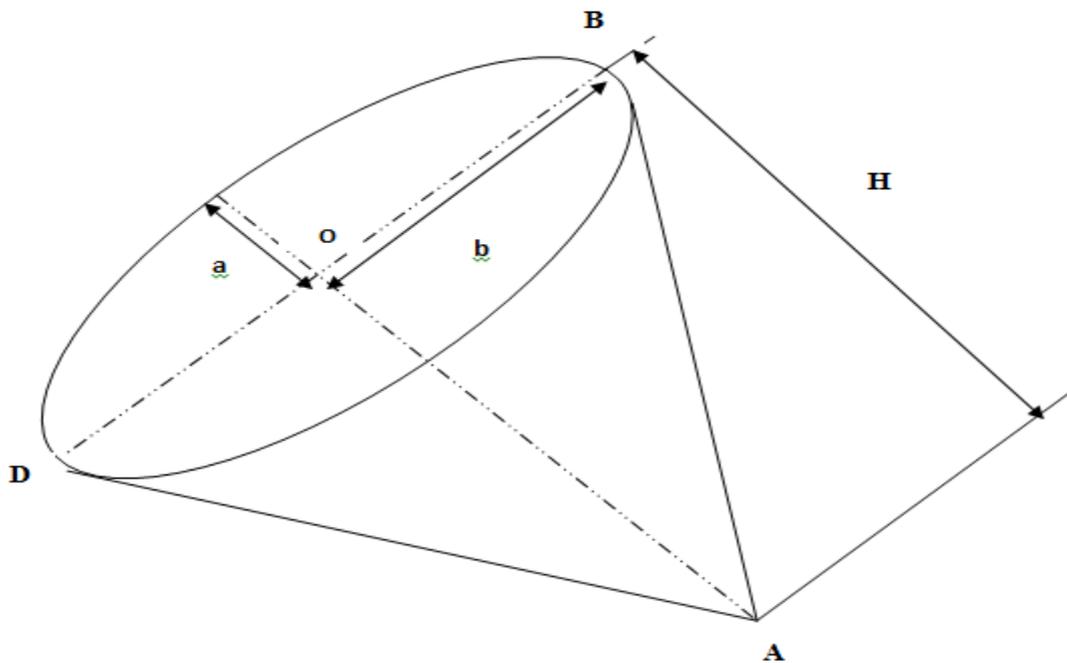


Figure B.3 Surface latérale du cône

B.1.3 Poids du massif

Le volume du massif (DAB) :

$$V_{DAB} = \frac{\pi..a.b.H}{3}$$



Le poids du massif (DAB) :

$$W_{DAB} = \frac{\pi \cdot \gamma \cdot a \cdot b \cdot L \cdot \cos(\omega - \alpha)}{3} ; \text{ avec } \gamma: \text{ le poids volumique du sol}$$

$$B = \pi \cdot a \cdot b \quad (\text{la surface de l'ellipse})$$

$$a = L \cdot \text{tg}(\beta)$$

$$b = \frac{H}{2} [\text{tg}(\beta - \alpha) + \text{tg}(\alpha + \beta)]$$

B.1.4 Energie dissipée

Les dissipations d'énergie interne dues à la cohésion le long des surfaces de rupture et de l'interface sol-tirant d'ancrage pour le cas d'un tirant d'ancrage rugueux ($\delta > \varphi$) dans un sol homogène ayant une cohésion (c) sont données par les expressions suivantes :

Le taux d'énergie interne dissipée le long de surface de rupture (S_I) est égal à :

$$E_{OA} = c \cdot S_I \cdot V_{01} \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow E_{OA} = \frac{c \cdot \pi \cdot d \cdot L_1 \cdot V_0 \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)}$$

Le taux d'énergie interne dissipée le long de la surface de rupture (S_{II}) est égal à :

$$E_{DA} = c \cdot S_{II} \cdot V_1 \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow E_{DA} = \frac{c \cdot \pi \cdot H^2 \cdot V_0 \cdot \sin(2\beta) \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\varphi)}{2 \cdot \sin(\beta - 2\varphi) \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin(\beta - 2\varphi)}$$

Avec c : la cohésion du sol

B.1.5 Travail des forces extérieures

On a deux sortes de travaux :

- Le travail de la force gravitaire du massif (DAB) est évalué par la relation suivante :

$$T_{DAB} = W_{DAB} \times V_1 \times \cos(\pi - \alpha)$$

Avec :

- $(\pi - \alpha)$ l'angle de projection de la force gravitaire (W_{DAB}) à la direction de vitesse (V_1).



-Le travail de la force extérieure est égal à :

$$T = F \times V_0$$

B.1.6 Equation d'équilibre

En égalisant le taux de dissipation d'énergie interne et le taux de travail des forces extérieures, on obtient :

$$T - T_{DAB} = \sum E_i$$

$$F = \frac{1}{V_0} (E_{DA} + E_{OA} + T_{DAB})$$

Et par substitution, on obtient la formulation de la charge limite pour le cas tridimensionnel :

$$F = \frac{c \cdot \pi \cdot d \cdot L_1 \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{c \cdot \pi \cdot H^2 \cdot \sin(2\beta) \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\varphi)}{2 \cdot \sin(\beta - 2\varphi) \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{\pi \cdot \gamma \cdot a \cdot b \cdot H \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\pi - \alpha)}{3 \cdot \sin(\beta - 2\varphi)} \quad (\text{B.1})$$

Pour $c=0$

$$F = \frac{\pi \cdot \gamma \cdot a \cdot b \cdot L \cdot \cos(\omega - \alpha) \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\pi - \alpha)}{3 \cdot \sin(\beta - 2\varphi)} \quad (\text{B.2})$$

Par substitution, on obtient :

$$F = \frac{\pi \cdot \gamma \cdot L^3 \cdot \text{tg}(\beta) \cdot \left[\cos \left[\left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) - \left(\frac{\pi}{2} - \eta \right) \right] \right]^2 \cdot \left[\text{tg} \left[\beta - \left(\frac{\pi}{2} - \eta \right) \right] + \text{tg} \left[\beta + \left(\frac{\pi}{2} - \eta \right) \right] \right] \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \eta \right)}{6 \cdot \sin(\beta - 2\varphi)} \quad (\text{B.3})$$



ANNEXE C

Les résultats d'optimisation du modèle en plan en utilisant le logiciel MATHCAD



Exemple de calcul :

Les données :

$$L := 12\pi \quad c := 0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \quad \gamma := 1570 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \phi := 35 \cdot \frac{\pi}{180} \quad V0 := 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \theta := 25 \cdot \frac{\pi}{180} \quad L1 := 4\pi$$

$$\eta := 20 \cdot \frac{\pi}{180} \quad \alpha := \frac{\pi}{2} - \eta \quad \omega := \frac{\pi}{2} + \theta$$

$$\text{Loc} := \frac{L \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)}{\sin\left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)\right]}$$

Les vitesses:

$$V1(\beta) := \frac{V0 \cdot \sin(\beta - \phi)}{\sin(\beta - 2\phi)}$$

$$V01(\beta) := \frac{V0 \cdot \sin(\phi)}{\sin(\beta - 2\phi)}$$

Les longueurs des lignes de ruptures :

$$\text{Lac} := \frac{L \cdot \sin\left[\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right]}{\sin\left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)\right]}$$

$$\text{Lab}(\beta) := L \cdot \frac{\sin\left[\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right]}{\sin\left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \beta + \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right]}$$

$$\text{Lad}(\beta) := \frac{L \cdot \sin\left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right]}{\sin\left[\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) - \beta\right]}$$

Le taux de dissipation d'énergie:

$$Eab(\beta) := c \cdot \text{Lab}(\beta) \cdot V1(\beta) \cdot \cos(\phi)$$

$$Ead(\beta) := c \cdot \text{Lad}(\beta) \cdot V1(\beta) \cdot \cos(\phi)$$

$$Eoa(\beta) := c \cdot L1 \cdot V01(\beta) \cdot \cos(\phi)$$



Le poids des massifs :

$$\text{Loe}(\beta) := \frac{L \cdot \sin(\beta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\text{Woad}(\beta) := \frac{\gamma \cdot \text{Lad}(\beta) \cdot \text{Loe}(\beta)}{2}$$

$$\text{Log}(\beta) := L \cdot \frac{\sin(\beta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\text{Woab}(\beta) := \frac{\gamma \cdot \text{Lab}(\beta) \cdot \text{Log}(\beta)}{2}$$

Le travail des forces extérieures :

$$\text{Toad}(\beta) := \text{Woad}(\beta) \cdot V1(\beta) \cdot \cos\left[\pi - \beta + \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) - \phi\right]$$

$$\text{Toab}(\beta) := \text{Woab}(\beta) \cdot V1(\beta) \cdot \cos\left[\pi - \beta - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) + \phi\right]$$

La charge limite

$$F(\beta) := \frac{1}{V0} \cdot (\text{Toad}(\beta) + \text{Toab}(\beta)) + \left(\frac{\text{Eab}(\beta)}{V0} + \frac{\text{Ead}(\beta)}{V0} + \frac{\text{Eoa}(\beta)}{V0} \right)$$

La condition aux limites:

$$\beta := 1.7$$

Given

$$1.5 < \beta < 2$$

La minimisation:

$$\text{Minimize}(F, \beta) = 1.828$$

Le résultat de la minimisation:

$$F(1.828) = 2.437 \times 10^5 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

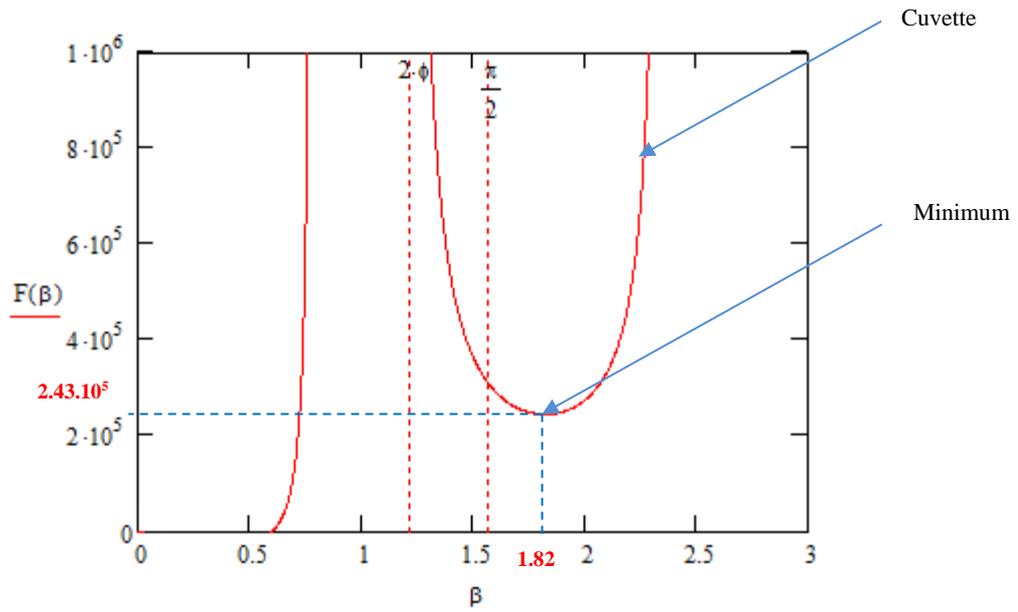


Figure C.1 Visualisation de la courbe $F(\beta)$ dans le plan

La figure (C.1) représente l'effort maximum du modèle dans le plan en fonction du paramètre (β) qui a pour forme concave (forme de cuvette) indiquant un minimum, donc d'une butée.



ANNEXE D

Les résultats d'optimisation du modèle dans l'espace en utilisant le logiciel MATHCAD



Exemple de calcul :

Les données :

$$L := 12\text{m} \quad \rho := 0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \quad \gamma := 1570 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \phi := 35 \cdot \frac{\pi}{180} \quad V0 := 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad d := 0.12\text{m} \quad \theta := 25 \cdot \frac{\pi}{180} \quad L1 := 4\text{m}$$

$$\eta := 20 \cdot \frac{\pi}{180} \quad \alpha := \frac{\pi}{2} - \eta \quad \omega := \frac{\pi}{2} + \theta$$

$$H := L \cdot \cos(\omega - \alpha)$$

Les vitesses:

$$V1(\beta) := \frac{V0 \cdot \sin(\beta - \phi)}{\sin(\beta - 2\phi)}$$

$$V01(\beta) := \frac{V0 \cdot \sin(\phi)}{\sin(\beta - 2\phi)}$$

Les surfaces de rupture:

$$S1 := \pi \cdot d \cdot L1$$

$$S2(\beta) := \frac{\pi \cdot H^2 \cdot \sin(2 \cdot \beta)}{2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \eta + \beta\right) \cdot \cos\left[\beta - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right]}$$

Le taux de dissipation d'énergie:

$$Ead(\beta) := c \cdot S2(\beta) \cdot V1(\beta) \cdot \cos(\phi)$$

$$Eoa(\beta) := c \cdot S1 \cdot V01(\beta) \cdot \cos(\phi)$$

$$a(\beta) := L \cdot \tan(\beta)$$

$$b(\beta) := \frac{H \cdot \left[\tan\left[\beta - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right] + \tan(\alpha + \beta) \right]}{2}$$

Le poids des massifs :

$$Vdac(\beta) := \frac{\pi \cdot a(\beta) \cdot b(\beta) \cdot H}{3}$$

$$Wdac(\beta) := \frac{\gamma \cdot (\pi \cdot a(\beta) \cdot b(\beta) \cdot H)}{3}$$



Le travail des forces extérieures :

$$T_{dac}(\beta) := W_{dac}(\beta) \cdot V_l(\beta) \cdot \cos\left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right]$$

La charge limite

$$F(\beta) := \frac{1}{V_0} \cdot (T_{dac}(\beta)) + \left(\frac{E_{ad}(\beta)}{V_0} + \frac{E_{oa}(\beta)}{V_0}\right)$$

Les conditions aux limites:

$$\beta := 2.4$$

Given

$$2 < \beta < 2.5$$

La minimisation:

$$\text{Minimize}(F, \beta) = 2.367$$

Les résultats de la minimisation:

$$F(2.367) = 6.89 \times 10^5 \text{ kg}$$

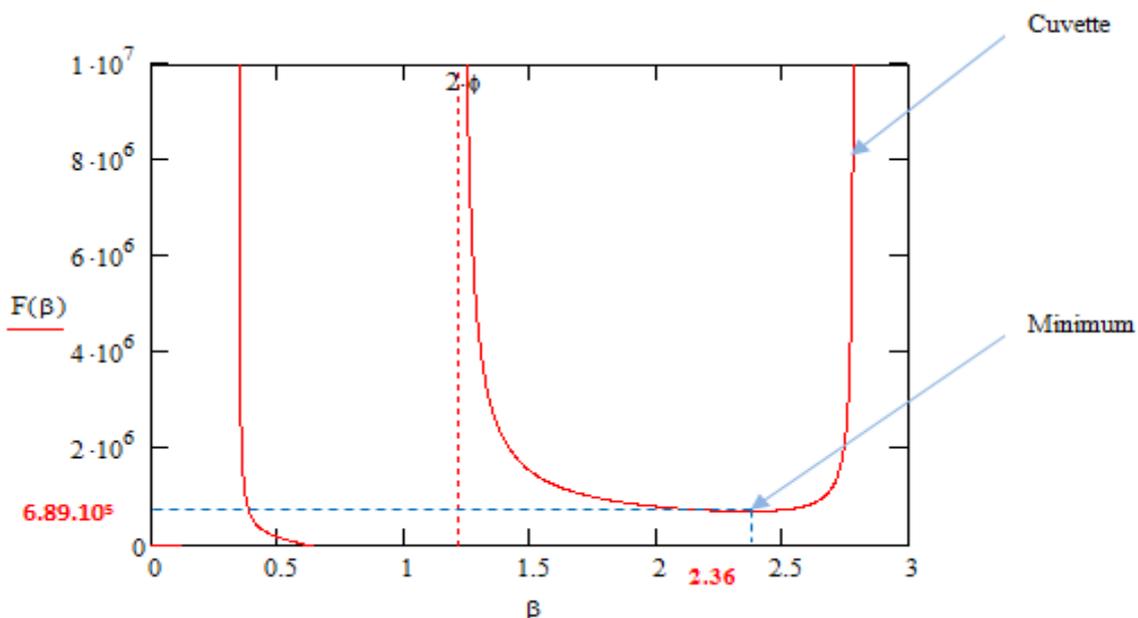


Fig D.1 Visualisation de la courbe $F(\beta)$ dans l'espace

La figure (D.1) représente l'effort maximum pour le cas dans l'espace du modèle en fonction du paramètre (β) qui a pour forme concave (forme de cuvette) indiquant un minimum, donc d'une butée.