

UNIVERSITÉ 8 Mai 1945 - Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique



Mémoire de Fin d'Etudes

Présenté par: **LAIB Massinissa**

Master 2

Option: Construction Mécanique

=====

**Approches par caractéristiques et volumes finis
de l'écoulement au sein de tuyères de Laval
Application à une tuyère cloche à simple galbe**

=====

Sous la Direction de
Pr. A. HADDAD
N. BOUGHAZI

Année universitaire 2019/2020

DEDICACE

Je dédie ce mémoire:

*A mes chers parents qui ont éclairé mon chemin et qui m'ont
encouragé et soutenu tout au long de mes études.*

A tous les membres de ma famille.

A tous mes amis, pour leur soutien.

A tous mes camarades.

REMERCIEMENTS

Tout d'abord je tenu à remercier ALLAH tout puissant de m'avoir donné la force, le courage et la volonté pour achever ce modeste travail.

*J'exprime mon profonde gratitude à mon encadreur **Pr. A. Haddad** pour son aide, ses conseils, et sa disponibilité tout au long de l'élaboration de ce mémoire.*

*Je remercie aussi **Doct. N. Boughazi** pour sa disponibilité et sa contribution lors de l'application des simulations numériques.*

Je remercie aussi les membres de jury d'avoir accepté de juger ce travail sans oublier tous les enseignants de département Génie Mécanique – Guelma.

Enfin, mes profonds remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

SOMMAIRE

Dédicace	2
Remerciements	3
Sommaire	4
Liste des Figures	7
Liste des Tableaux	9
Liste des Notations	10
INTRODUCTION	12
1 Chapitre 1 : PROPRIETES ET ECOULEMENTS DES FLUIDES	14
1.1: Introduction	14
1.2: Les Fluides-Généralités	14
1.2.1: Définition d'un fluide	14
1.2.2: Principales propriétés des fluides	15
1.3: Les Ecoulements-Généralités	16
1.4: Les Ecoulements Compressibles	16
1.4.1: Paramètres principaux des écoulements compressibles	17
1.4.2: Equations universelles de conservation	17
1.5: La Turbulence	21
1.5.1: Ecoulements laminaire et turbulent – nombre de Reynolds	22
1.5.2: Equations moyennes (de Reynolds) de Navier-Stokes	22
1.5.3: Equations et contraintes de Reynolds	26
1.5.4: Le problème de fermeture-Modélisation et modèles de turbulence	27
1.6: L'Écoulement Isentropique	28
1.6.1: L'Entropie	28
1.6.2: Ecoulements isentropiques de gaz parfaits	29
1.6.3: Ecoulement isentropique à grande vitesse et propriétés totales	30
1.6.4: Vitesse du son et nombre de Mach	31
1.6.5: Relations isentropiques d'un gaz parfait	31
Chapitre 2 : LES TUYERES DE PROPULSION	32
2.1: Introduction	32
2.2: Fonctionnement des tuyères supersoniques: Ecoulement Isentropique	33
2.2.1: Tuyère convergente	34
2.2.2: Tuyère convergente-divergente (de-Laval)	36

2.3: Ondes de choc et de détente	38
2.3.1: Ondes de choc	38
2.3.2: ondes de détente	40
2.4: Différents types de tuyères supersoniques	41
2.4.1: Tuyère conique	41
2.4.2: Tuyère profilée ou contour	42
2.4.3: Tuyère annulaire	42
2.4.4: Tuyères auto-ajustables	43
2.4.5: Profils optimisés de tuyères supersoniques	45
2.5: Principaux paramètres de performance	45
2.5.1: La poussée, T	46
2.5.2: La vitesse effective, V_{eff}	46
2.5.3: L'impulsion spécifique, I_{sp}	46
2.5.4: La vitesse caractéristique, c^*	47
2.5.5: Le coefficient de poussée, C_p	48
2.5.6: Rendement d'une tuyère: Coefficient de décharge (C_d) et Efficacité (η)	48
Chapitre 3 : APPROCHE NUMERIQUE PAR CARACTERISTIQUES ET VOLUMES FINIS	50
3.1: Introduction	50
3.2: La méthode des caractéristiques	50
3.2.1: Détermination de l'équation caractéristique	51
3.2.2: Détermination de l'équation de compatibilité	53
3.2.3: Résolution des équations - Méthode des différences finies	53
3.3: la méthode des volumes finis	54
3.3.1: L'outil de simulation 'Gambit'	55
3.3.2: Le logiciel de calcul 'Fluent'	56
3.3.3: Les divers menus de 'Fluent' appliqués	57
Chapitre 4 : APPLICATION-CAS D'ETUDE	61
4.1: Introduction	61
4.2: Cas d'étude	61
4.2.1: Données géométriques et thermodynamiques	62
4.3: Simulation-Tuyère idéale-Méthode des caractéristiques	62
4.3.1: Résultats géométriques et comparaisons	62
4.3.2: Résultats – Performances et comparaisons	63
4.3.3: Résultats – Profils Mach et pression	63
4.4: Troncage de la tuyère à 20%	64
4.4.1: Profil de la tuyère à Contour Idéal Tronqué – TIC	65

4.5: Simulation-Tuyère tronquée-Méthode des caractéristiques	65
4.5.1: Profils de la pression	65
4.5.2: Profils du nombre de Mach	66
4.6: Simulation-Tuyère tronquée-Méthode des volumes finis	66
4.6.1: Contour et évolutions de la pression le long de la paroi et de l'axe central	68
4.6.2: Contour et évolutions du Mach le long de la paroi et de l'axe central	69
CONCLUSIONS	72
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	74

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Dispositif expérimental de l'expérience de Reynolds	22
Figure 1.2	Décomposition dite de Reynolds impliquant la composante axiale de la vitesse d'écoulements stationnaire et instationnaire	23
Figure 1.3	Divers modèles de turbulence du plus simple au plus complexe	27
Figure 2.1	Tuyère De Laval convergente-divergente	32
Figure 2.2	Tuyère convergente	34
Figure 2.3	Tuyère convergente-divergente et profils des pressions et Mach	36
Figure 2.4	Onde de choc normale et sa représentation	38
Figure 2.5	Ondes de choc oblique générées (a) par une balle traversant à une vitesse supersonique (b) par une maquette de l'avion hypersonique X-15	39
Figure 2.6	Onde de choc oblique et sa représentation	40
Figure 2.7	Représentation de 3 ondes de détente	41
Figure 2.8	Tuyère conique	42
Figure 2.9	Tuyère profilée ou contour	42
Figure 2.10	Tuyères annulaires à contour conique et profilé	43
Figure 2.11	Corps central et écoulement sur-détendu en longueur totale et corps central tronqué d'une tuyère à corps central bidimensionnel type à bouchon	44
Figure 2.12	Tuyère type 'détente-déviation' (Expansion-Déflexion E-D type)	44
Figure 2.13	Régimes de détente dans une tuyère C-D	45
Figure 2.14	Schéma d'un moteur propulsif	46
Figure 3.1	Illustration de la direction de l'écoulement et de l'angle de Mach	52
Figure 3.2	Illustration des caractéristiques	52
Figure 3.3	Illustration des différentes sortes de nœuds	53
Figure 3.4	Vue globale de Gambit	55
Figure 3.5	Menu principal de Gambit	55
Figure 3.6	Fenêtre d'exportation du maillage	56
Figure 3.7	Vue globale de Fluent	56
Figure 3.8	Fluent Version avec un choix 2D	56
Figure 3.9	Menu 'File'	57
Figure 3.10	Menu 'Grid'	57
Figure 3.11	Menu 'Define'	57
Figure 3.12	Solver	58

Figure 3.13	Modèle visqueux	58
Figure 3.14	Equation de l'énergie	58
Figure 3.15	Propriétés du matériau	58
Figure 3.16	Operating conditions (Operating pressure)	59
Figure 3.17	Boundary conditions (Pressure at inlet)	59
Figure 3.18	Solver menu	59
Figure 3.19	Solution control	59
Figure 3.20	Solution initialization	60
Figure 3.21	Monitoring residuals	60
Figure 3.22	Display-Plot-report	60
Figure 4.1	Contour supersonique de la tuyère	61
Figure 4.2	Comparaison des profils de la section divergente	63
Figure 4.3	Evolution de la pression le long de la paroi et de la ligne centrale	64
Figure 4.4	Evolution du Mach le long de la paroi et de la ligne centrale	64
Figure 4.5	Profils des tuyères idéale et à Contour Idéal Tronqué - TIC	65
Figure 4.6	Evolution de la pression le long de la paroi et de la ligne centrale de la tuyère TIC	66
Figure 4.7	Evolution du nombre de Mach le long de la paroi et de la ligne centrale de la tuyère TIC	66
Figure 4.8	Maillage de la tuyère complète	67
Figure 4.9	Contour de la pression le long de la tuyère complète	68
Figure 4.10	Evolution de la pression le long de la ligne centrale de la tuyère complète	68
Figure 4.11	Evolution de la pression le long de la paroi de la tuyère complète	69
Figure 4.12	Contour du Mach le long de la tuyère complète	69
Figure 4.13	Evolution du Mach le long de la ligne centrale de la tuyère complète	70
Figure 4.14	Evolution du Mach le long de la paroi de la tuyère complète	70

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Propriétés de l'écoulement compressible d'un gaz parfait avec $\gamma=1,4$	35
Tableau 2.2	Valeurs typiques de (I_{sp}) pour divers types de propulsion	47
Tableau 4.1	Comparaison des profils, tuyère idéale	62
Tableau 4.2	Comparaison des performances, Tuyère idéale	63
Tableau 4.3	Profil de la section convergente	67
Tableau 4.4	Paramètres de simulation.	67

LISTE DES NOTATIONS

Sauf indication contraire, les notations appliquées sont les suivantes:

a	: [m/s]	: Vitesse du son
\bar{a}	: [m/s ²]	: Accélération
a	: [Nm ⁴]	: constante de l'équation de Van der Waals
b	: [m ³]	: constante de l'équation de Van der Waals
c^*	: [m/s]	: Vitesse caractéristique
C_d	: [-]	: Coefficient de décharge
C_p	: [J/kg°C]	: Chaleur spécifique à pression constante
C_T	: [-]	: Coefficient de poussée
C_v	: [J/kg°C]	: Chaleur spécifique à volume constant
d	: [-]	: Densité
D	: [m]	: Diamètre
E_i	: [J]	: Energie interne
E_t	: [J]	: Energie totale
F	: [N]	: Force
g	: [m/s ²]	: Accélération de la pesanteur
h	: [J]	: Enthalpie
I_{sp}	: [s]	: Impulsion spécifique
k	: [W/mK]	: coefficient de transfert de la chaleur par conduction
L	: [m]	: Dimension caractéristique ou longueur
m	: [kg]	: Masse
\dot{m}	: [kg/s]	: Débit massique
M	: [-]	: Nombre de Mach
P	: [Pa ou N/m ²]	: Pression
Q, q	: [J]	: Chaleur ou quantité de chaleur
R	: [J/kgK]	: Constante des gaz parfaits
Re	: [-]	: Nombre de Reynolds
S	: [m ²]	: Surface
S	: [J/K]	: Entropie
s	: [J/Km ³]	: Entropie par unité de volume
T	: [K] [N]	: Température ou Poussée
t	: [s]	: Temps
U	: [J]	: Energie interne
u	: [J/m ³]	: Energie interne par unité de volume
u, v, w	: [m/s]	: Composantes de la vitesse
V	: [m/s] [m ³]	: Vitesse ou Volume
\mathcal{V}	: [m ³]	: Volume
W	: [J]	: Travail
:	:	:

x, y, z	: [m]	: Coordonnées cartésiennes
α	: [degrés ou rd]	: Angle d'un choc oblique
β	: [degrés ou rd]	: Angle de déflexion d'un choc oblique
γ	: [-]	: Report des chaleurs spécifiques ($\gamma=C_p/C_v$)
δ	: [m]	: Epaisseur de la couche limite laminaire
δ_{ij}	: [-]	: fonction delta de Kronecker
η	: [-]	: Efficacité d'une tuyère
θ	: [degrés ou rd]	: Angle
λ	: [-]	: Facteur représentant de perte de poussée au sein d'une
μ	: [Ns/m ²]	: Viscosité dynamique
μ_1, μ_2	: [degrés ou rd]	: Angles de Mach
ν	: [m ² /s]	: Viscosité cinématique
ν	: [degrés ou rd]	: Angle de détente de la fonction de Prandtl-Meyer
Π_{ij}	: [-]	: Tenseur des contraintes (de 2 ^{ème} ordre)
ρ	: [kg/m ³]	: Masse volumique
σ	: [N/m ² ou kg/ms]	: Contrainte normale
τ	: [N/m ² ou kg/ms]	: Contrainte de cisaillement
Φ	: [J]	: Energie de dissipation
$(\bar{\quad})$: [-]	: Valeur moyenne d'une propriété
$(\quad)'$: [-]	: Fluctuation d'une propriété
$(\quad)^*$: [-]	: Valeur critique d'une propriété
$(\quad)_n, (\quad)_s$: [-]	: Valeur totale ou de stagnation d'une propriété
$(\quad)_c$: [-]	: Valeur d'une propriété à la section de sortie
$(\quad)_a$: [-]	: Valeur ambiante d'une propriété
$(\quad)_{eff}$: [-]	: Valeur effective d'une propriété

INTRODUCTION

Une tuyère est un dispositif relativement simple représenté par une conduite, de sections cylindriques différentes, au sein de laquelle se détendent les gaz. Un grand nombre de propulseurs utilisent une section convergente fixe suivie d'une autre divergente pour la conception d'une tuyère. Cette configuration est appelée: tuyère convergente-divergente ou tuyère de-Laval, et c'est en son sein que les gaz quittant la chambre de combustion convergent vers la zone à section minimale (le col) conçue afin de régler le débit massique à travers le système. L'écoulement au col est sonique, ce qui signifie que le nombre de Mach est égal à un. En aval de celui-ci, la section diverge et l'écoulement se détend (assumé d'une manière isentropique) jusqu'à atteindre un Mach supersonique qui dépendra du rapport des sections sortie-col. La production d'un jet à grande vitesse produira une poussée qui pourra être utilisée entre autres pour la propulsion de moteurs fusées et de réacteurs, ou encore pour entraîner des turbines à vapeur ou à gaz.

Le présent travail intègre l'étude détaillée d'une tuyère supersonique de type contour à simple galbe. La méthode des caractéristiques est utilisée aux fins de sa conception grâce à un programme développé en langage Fortran qui en génère le profil supersonique. Tronquée à 20% de sa longueur pour gagner en masse sans trop perdre en poussée, la nouvelle géométrie est recalculée en termes de pressions, vitesses, Mach, densités et températures. Cette même géométrie est créée par le logiciel de modélisation 'Gambit 2.4.6' et la simulation de l'écoulement qui y prend place réalisée par 'Fluent 6.3.26'. Les résultats obtenus sont comparés à ceux délivrés par application de la méthode des caractéristiques qui produit le caractère réel de la détente car entreprenant ses calculs le long des caractéristiques représentées par les lignes de Mach dans le présent cas d'un écoulement supersonique. Les résultats obtenus indiquent qu'il existe une bonne concordance entre les approches par caractéristiques et volumes finis.

Le présent mémoire étant consacré à la simulation de la détente des fluides (de l'air dans le cas présent), le premier chapitre est par conséquent consacré à une présentation succincte des propriétés des fluides et celles de leurs écoulements. Le phénomène de la turbulence y est succinctement présenté, et les caractéristiques et équations régissant un écoulement isentropique développées.

Le travail étant exclusivement dédié à l'étude des tuyères supersoniques de propulsion, le second chapitre s'est intéressé à résumer la théorie, le fonctionnement, les applications et les principaux paramètres de performance inhérents à ce genre de géométrie. Les différents types et profils de tuyères supersoniques utilisés sont aussi présentés.

Le troisième chapitre est consacré à exposer les approches numériques par caractéristiques et volumes finis appliquées dans cette étude. Dans un premier temps, la méthode des caractéristiques y est développée d'une manière succincte, et les transformations afin d'arriver aux équations caractéristiques (le long desquelles les propriétés de l'écoulement sont calculés) et de compatibilité présentées. L'application de l'approche par volumes finis à travers le mailleur 'Gambit' et le solveur 'Fluent' réalisée en bidimensionnel sont aussi explicités.

Le quatrième et dernier chapitre s'intéresse à l'application des deux approches explicitées au chapitre 3 au cas d'une tuyère contour à galbe unique tronquée, à en déterminer les performances ainsi qu'à l'évolution des pressions statiques et nombre de Mach le long de l'axe central et de la paroi. Une comparaison des résultats obtenus par les deux approches y est présentée.

Le mémoire est clôturé par une présentation des conclusions tirées de cette étude ainsi que des recommandations pour d'éventuels travaux futurs.

Chapitre1:

PROPRIETES ET ECOULEMENTS DES FLUIDES

1.1: INTRODUCTION

Les problèmes liés aux écoulements fluides sont complexes eu égard aux équations mathématiques qui les décrivent qui sont généralement non linéaires. Leur solution a contribué à développer de nombreuses applications dans divers domaines tels que le transport, l'énergétique, l'aéronautique, la chimie, le génie civil, la météorologie entres autres.

Les écoulements fluides peuvent être divisés en deux grandes catégories: la statique des fluides ou hydrostatique qui s'intéresse aux fluides au repos, et la dynamique des fluides qui étudie leur mouvement qu'il soit à vitesse réduite ou à grande vitesse.

Le terme 'hydrodynamique' s'applique essentiellement à l'écoulement de liquides mais peut assimiler des écoulements gazeux à faible vitesse où le gaz est considéré comme incompressible. L'aérodynamique ou dynamique de gaz s'intéresse au comportement des gaz lorsque les niveaux des propriétés telles que la vitesse et la pression sont trop importants pour pouvoir négliger la compressibilité.

1.2: LES FLUIDES-GENERALITES

1.2.1: Définition d'un fluide

Un fluide est un corps dont les molécules ont peu d'adhésion. Dans le cas des liquides, elles ont tendance à glisser librement les unes sur les autres tandis que pour les gaz, elles se déplacent plutôt indépendamment les unes des autres [1].

Un fluide est dit parfait dans le cas où il est possible de décrire son mouvement sans tenir compte des effets de frottement i.e. la composante tangentielle des forces qui s'exercent est considérée nulle. En fait, un fluide parfait est un modèle simplifié pratiquement inexistant dans la nature. Les fluides dits réels sont ceux qui présentent une résistance à l'écoulement à travers le frottement dû essentiellement à la viscosité.

Les fluides peuvent être considérés incompressibles (iso-volumes) i.e. le volume qu'occupe une certaine masse ne variera pas avec la pression. Les liquides tels que l'eau et les huiles peuvent être considérés comme des fluides incompressibles. Inversement, les fluides dits compressibles sont sensibles à la pression. Ils peuvent par conséquent se compresser ou se détendre sous l'action des pressions extérieures [2]. Des gaz tels que l'air et l'hydrogène sont des fluides compressibles.

1.2.2: Principales propriétés des fluides

1.2.2.1: La pression

La pression est l'une des propriétés d'un fluide. Elle est définie comme le rapport de la force à la surface sur laquelle elle est exercée, et s'exprime en (Pa) ou (N/m^2) [3]:

$$P = \frac{F}{S} \quad [Pa \text{ ou } N/m^2] \quad (1.1)$$

1.2.2.2: La masse volumique

La masse volumique est définie comme la quantité de matière contenue dans une unité de volume. Elle s'exprime comme le rapport de la masse de la matière considérée à son volume [4]:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad [kg/m^3] \quad (1.2)$$

1.2.2.3: La densité

La densité, encore appelée densité relative ou encore densité spécifique, est définie comme le rapport de la masse volumique de la substance considérée à celle du corps de référence à la même température. Ainsi Pour les liquides et les gaz, cette définition se traduit respectivement par [4]:

$$d_{\text{liquide}} = \frac{\rho_{\text{liquide}}}{\rho_{\text{eau}}} \quad (1.3)$$

$$d_{\text{gaz}} = \frac{\rho_{\text{gaz}}}{\rho_{\text{air}}} \quad (1.4)$$

Remarque: A la température ($T=20^\circ C$) et à la pression atmosphérique ($P_{atm.} = 1.013 \text{ bars}$):

$$\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg} / m^3 \text{ et } \rho_{\text{air}} = 1,293 \text{ kg} / m^3 .$$

1.2.2.4: La viscosité

La viscosité est la propriété qui traduit la résistance d'un fluide à l'écoulement. Ainsi, plus la fluidité augmente (vitesse d'écoulement du fluide) plus la viscosité diminue et inversement. On distingue deux types de viscosité:

- la viscosité dynamique notée (μ) qui s'exprime en (Ns/m^2) ou Pascal-seconde ($Pa.s$) ou encore en Poises (Po) avec $1 Po = 0,1 Ns / m^2$. Pour un fluide newtonien, elle s'exprime grâce à la contrainte cisaillement:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (1.5)$$

- La viscosité cinématique notée (ν) qui s'exprime en (m^2/s) ou Stokes (St) avec $1 St = 10^{-4} m^2 / s$

Les deux viscosités sont liées par la relation:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.6)$$

1.3: LES ECOULEMENTS-GENERALITES

L'écoulement est représenté par le mouvement d'un fluide. Les écoulements peuvent être classés de plusieurs manières:

- Stationnaire ou instationnaire où l'écoulement stationnaire est celui dont les propriétés (telles la vitesse, la pression la température ...etc.) sont invariables relativement au facteur temps, l'instationnaire étant l'inverse.
- Parfait ou visqueux. Un écoulement est dit parfait ou non visqueux s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement représentés par les forces de cisaillement. Contrairement à un fluide parfait qui n'est en fait qu'un modèle de simplification des calculs, la prise en compte des forces tangentielles nous ramène u cas réel du fluide visqueux.
- Laminaire ou turbulent. Au sein d'un écoulement laminaire, les lignes de courant ont tendance à glisser les unes sur les autres tout en restant parallèles. Un désordre et brassage intensif des particules nous indique un écoulement turbulent. Cette propriété est déterminée grâce au nombre adimensionnel de Reynolds [2]:

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \quad (1.7)$$

(D) étant une dimension caractéristique.

1.4: LES ECOULEMENTS COMPRESSIBLES

Les écoulements compressibles jouent un rôle déterminant dans une large variété de phénomènes naturels (telle la génération de divers phénomènes atmosphériques et les différents sons que nous entendons) et de systèmes artificiels (tels les véhicules que nous conduisons et les systèmes que nous construisons pour générer de l'énergie). Tous dépendent, d'une manière ou d'une autre, de la mécanique et de la thermodynamique des écoulements compressibles [1].

La compressibilité inhérente à un fluide réel ne peut être négligée pour des vitesses d'écoulement importantes. Le critère de compressibilité est donc représenté par le nombre de Mach (M) défini comme le rapport de la vitesse d' l'écoulement (V) à la vitesse du son (a) dans les mêmes conditions de pression et de température:

$$M = \frac{V}{a} \quad (1.8)$$

avec: $M \leq 0,3$, les changements de densité sont assez faibles pour considérer l'écoulement comme incompressible.

$M > 0,3$, les changements de densité e peuvent plus être négligés. L'écoulement, dans ce cas, est compressible.

Dans le cas des écoulements compressibles, les changements de densité entraîneront des fluctuations importantes en termes de pression et de température. Les équations régissant de tels écoulements seront donc représentés par l'équation de la conservation de la masse (ou équation de continuité), l'équation de la conservation de la quantité de mouvement (équations de Navier-Stokes), l'équation de la conservation de l'énergie traduisant le premier principe de la thermodynamique, et l'équation d'état. Ces équations devront être résolues simultanément en termes des inconnues représentées par la vitesse d'écoulement, la pression, la température et la densité, température.

1.4.1: Paramètres principaux des écoulements compressibles

Dans la plupart des cas des traitements élémentaires, les études peuvent se limiter au cas des gaz dits parfaits dont les chaleurs spécifiques ainsi que leur rapport sont considérés constants et s'expriment:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (1.9)$$

$$R = C_p - C_v \quad (1.10)$$

Pour tous les gaz réels, C_p , C_v ne varient que très légèrement avec la température (La chaleur spécifique à pression constante (C_p) de l'air augmente de 30% lorsque la température passe de -18°C à 2760°C) alors que les variations de leur rapport (γ) n'ont qu'un léger effet sur les résultats des calculs inhérents aux écoulements compressibles dont l'air est le plus utilisé.

1.4.2: Equations universelles de conservation

1.4.2.1: Equation de la conservation de la masse

Une masse ne peut être ni créée ni détruite. Elle est seulement transformée. C'est sur ce principe de base de conservation de la masse que s'appuie la première loi universelle. Elle est développée grâce à la considération d'un élément de volume dont la surface est fixée dans l'espace (appelé volume de contrôle eulérien) à travers lequel s'écoule un fluide de masse volumique (ρ) dont les composantes de la vitesse sont notées (u , v et w) relativement à un repère cartésien (x , y et z). Au sein d'un tel écoulement instationnaire et compressible, toutes les variables dépendent de de la position et de temps (t). Dans ce cas, la loi de conservation de la masse ou équation de la continuité peut être annoncée comme:

$$\left\langle \begin{array}{l} \text{Taux d'accumulation} \\ \text{de la masse à l'intérieur} \\ \text{du volume de contrôle} \end{array} \right\rangle = \left\langle \begin{array}{l} \text{Débit massique} \\ \text{entrant dans} \\ \text{le volume de contrôle} \end{array} \right\rangle - \left\langle \begin{array}{l} \text{Débit massique} \\ \text{sortant du} \\ \text{volume de contrôle} \end{array} \right\rangle$$

qui, en forme différentielle, se traduit par:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1.12)$$

1.4.2.2: Equation de la conservation de la quantité de mouvement

Les trois principales lois du mouvement de Newton ont été énoncées dans son ouvrage 'Philosophiae naturalis principia mathematica' publié initialement en Latin en 1687 [5-6]. Ils forment les principes fondamentaux de la théorie de Newton concernant le mouvement des corps: c'est la 'mécanique newtonienne' ou plus simplement la 'mécanique classique'.

La seconde loi de Newton connue sous le pseudonyme de 'relation fondamentale de la dynamique' ou tout simplement 'équation du mouvement' stipule que:

$$\left\langle \begin{array}{l} \text{Dérivée de la} \\ \text{quantité de mouvement} \end{array} \right\rangle = \left\langle \begin{array}{l} \text{Somme des Forces extérieures} \\ \text{qui s'exercent sur le milieu} \end{array} \right\rangle$$

et qui peut s'exprimer, pour une masse constante, comme:

$$m\vec{a} = \sum \vec{F} \quad (1.13)$$

Dans le cas des écoulements fluides, les forces extérieures s'exercent soit à travers la masse du corps considéré (forces massiques ou gravitationnelles), soit à travers sa surface (forces de pression et de frottement). En considérant un élément de volume ($\Delta\theta = dx dy dz$), en exprimant ces forces et en arrangeant, Il vient [7]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V) + \nabla \cdot \rho V V = \rho g + \nabla \cdot \Pi_{ij} \quad (1.14)$$

En utilisant le tenseur des contraintes, l'équation précédente peut être réécrite sous la forme:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \sigma_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \sigma_{xy}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho uw - \sigma_{xz}) = \rho g_x \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \sigma_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p - \sigma_{yy}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho vw - \sigma_{yz}) = \rho g_y \\ \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uw - \sigma_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vw - \sigma_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w^2 + p - \sigma_{zz}) = \rho g_z \end{cases} \quad (1.15)$$

C'est l'équation générale du mouvement applicable pour tout fluide en mouvement, mais des fluides particuliers nécessiteront l'expression des contraintes de viscosité en fonction des composantes de la vitesse. Dans le cas d'un fluide newtonien, les contraintes visqueuses sont proportionnelles aux gradients de déformation et du coefficient de la viscosité [7] i.e.:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) & ; & \sigma_{yy} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \sigma_{zz} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (1.16)$$

$$\begin{cases} \sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & ; & \sigma_{xz} = \sigma_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (1.17)$$

Remplaçant les expressions des contraintes de viscosité (1.16 et 1.17) dans l'équation générale du mouvement (1.15) permettront d'exprimer les équations de Navier-Stokes appelées ainsi en l'honneur des mathématiciens Français C.L.MH. Navier (1785-1836) et Britannique sir George G. Stokes (1819-1903):

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \\ \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \\ \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \end{array} \right. \quad (1.18)$$

1.4.2.3: Equation de la conservation de l'énergie

Lorsqu'il y a un écoulement de fluide, il y a aussi, si le système n'est pas adiabatique, un écoulement de chaleur. La détermination de la distribution de la température nécessite de combiner l'application des équations du mouvement avec celle décrivant la conservation de l'énergie basée sur le premier principe de la thermodynamique qui est un principe de conservation. Appliqué à un fluide s'écoulant à travers un volume infinitésimal fixe, le premier principe de la thermodynamique permet d'exprimer l'équation de la conservation de l'énergie sous la forme [7]:

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} + \nabla \cdot E_t V = \frac{\partial Q}{\partial t} - \nabla \cdot q + pf \cdot V + \nabla \cdot (\Pi_{ij} \cdot V) \quad (1.19)$$

où: - (E_t) est l'énergie totale et (E_i) l'énergie interne par unité de masse qui s'expriment:

$$E_t = \rho (E_i + E_c + E_p) = \rho \left(E_i + \frac{V^2}{2} + E_p \right) \quad (1.20)$$

- (Π_{ij}) est le tenseur des contraintes intégrant les contraintes normales et de cisaillement.

- $\frac{\partial E_t}{\partial t}$: Taux d'augmentation de l'énergie totale (E_t).

- $\nabla \cdot E_t V$: Taux d'énergie totale (E_t) perdue par convection par unité de volume à travers la surface de contrôle.

- $\frac{\partial Q}{\partial t}$: Taux de chaleur produit par unité de volume par des sources externes

- $\nabla \cdot q$: Taux de chaleur perdue par conduction par unité de volume à travers la surface de contrôle.

- $pf \cdot V$: Travail effectué par les forces de volume par unité de volume.

- $\nabla \cdot (\Pi_{ij} \cdot V)$: Travail effectué par les forces de surface par unité de volume.

En coordonnées cartésiennes, l'équation de l'énergie exprimée en (1.19) s'écrira:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_t}{\partial t} - \frac{\partial Q}{\partial t} - \rho (f_x u + f_y v + f_z w) + \frac{\partial}{\partial x} (E_t u + p u - u \sigma_{xx} - v \sigma_{xy} - w \sigma_{xz} + q_x) \\ + \frac{\partial}{\partial y} (E_t v + p v - u \sigma_{xy} - v \sigma_{yy} - w \sigma_{yz} + q_y) \\ + \frac{\partial}{\partial z} (E_t w + p w - u \sigma_{xz} - v \sigma_{yz} - w \sigma_{zz} + q_z) = 0 \end{aligned} \quad (1.21)$$

Appliquant l'équation de la continuité, considérant uniquement les énergies interne et cinétique comme significatives et remplaçant les contraintes de viscosité par leurs expressions (cf. équations 1.16 et 1.17), l'équation (1.19) s'écrira:

$$\rho \frac{dE_i}{dt} + p (\nabla \cdot V) = \frac{dQ}{dt} - \nabla \cdot q + \Phi \quad (1.22)$$

où: $-\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$ est la dérivée particulaire.

- (Φ) est la fonction de dissipation représentant le taux auquel l'énergie mécanique est dépensée dans le processus de déformation du fluide à cause de la viscosité, et qui s'exprime:

$$\begin{aligned} \Phi = \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (1.23)$$

La complexité de l'équation (1.22) ne permet son intégration que numériquement. Il est généralement d'usage d'entreprendre des approximations afin d'espérer parvenir à solution analytique [8].

Dans le cas d'un fluide incompressible avec un coefficient de transfert de la chaleur par conduction (k) constant, l'équation (1.22) se simplifiera pour s'écrire:

$$\rho \frac{dE_i}{dt} = \frac{dQ}{dt} + k \nabla^2 T + \Phi \quad (1.24)$$

1.4.2.4: Equations d'état

Les équations de conservation précédemment exprimées intègrent sept inconnues représentées par les trois composantes de la vitesse (\mathbf{u} , \mathbf{v} et \mathbf{w}), la pression (p), la masse volumique (ρ), l'énergie interne (E_i) et la température (T). Les coefficients de transport (μ et k) étant assumées liées aux propriétés thermodynamiques, ils ne sont pas comptabilisés parmi les inconnues (cf. la loi de Sutherland exprimée en équation 1.31).

Il est donc impératif que deux équations supplémentaires soient développées pour fermer le système. Elles sont généralement obtenues en dérivant les relations liant les diverses

variables thermodynamiques: ce sont les équations d'état qui, dans le cas où l'énergie interne et la masse volumique sont choisies comme variables indépendantes, s'exprimeront:

$$p = f(E_i, \rho) \quad ; \quad T = f(E_i, \rho) \quad (1.25)$$

L'une de ces équations, largement appliquée dans le cas des écoulements gazeux, est celle assumant le gaz comme parfait i.e. un fluide dont les forces intermoléculaires sont négligeables. Elle s'exprime:

$$p = \rho RT \quad (1.26)$$

Pour les gaz s'écoulant sous haute pression ou basse température, les forces intermoléculaires deviennent importantes. Dans ce cas, l'équation d'état représentée par la loi des gaz parfaits (1.25) ne peut plus être appliquée. Une équation telle que celle de Van der Waals [9-10] pourrait être utilisée:

$$(p + a\rho^2)\left(\frac{1}{\rho} - b\right) = RT \quad (1.27)$$

où (*a*) et (*b*) sont des constantes spécifiques à chaque gaz.

Un autre cas est celui représenté par l'hypothèse d'un gaz calorifiquement parfait i.e. dont les chaleurs spécifiques à pression et volume constants (*C_p* et *C_v*) sont constants:

$$C_v = \frac{R}{\gamma - 1} = \text{constante} \quad \text{et} \quad C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} = \text{constante} \quad (1.28)$$

$$\text{avec:} \quad E_i = C_v T \quad ; \quad h = C_p T \quad ; \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (1.29)$$

Dans le cas d'un gaz calorifiquement parfait, les équations (1.25) se traduiront par:

$$p = (\gamma - 1) \rho E_i \quad \text{et} \quad T = \frac{(\gamma - 1) E_i}{R} \quad (1.30)$$

La viscosité dynamique (*μ*) et la conductivité thermique (*k*) peuvent être liées grâce à la loi de Sutherland [11-12]:

$$\mu = C_1 \frac{T^{\frac{3}{2}}}{T + C_2} \quad \text{et} \quad k = C_3 \frac{T^{\frac{3}{2}}}{T + C_4} \quad (1.31)$$

où (*C₁*, *C₂*, *C₃* et *C₄*) sont des constantes spécifiques à chaque gaz.

1.5: LA TURBULENCE

Le mot 'turbulence' est utilisé pour désigner de nombreux phénomènes physiques présentant des caractéristiques de désordre et complexité. C'est par ailleurs un fait que la plupart des écoulements naturels et industriels sont turbulents. Les écoulements laminaires sont ceux où la viscosité prédomine. Ils sont réguliers et prévisibles. Par contre, ceux

turbulents apparaissent lorsque la source d'énergie cinétique qui entraîne le fluide en mouvement est intense, et est donc capable de surmonter les effets de viscosité qui ont tendance à le ralentir.

1.5.1: Ecoulements laminaire et turbulent – nombre de Reynolds

En 1883, Osborne Reynolds [13-14] mit en évidence cette transition en injectant régulièrement du colorant sur la ligne médiane d'une conduite comme celle illustrée en [figure 1.1](#). En régime laminaire, le colorant forme une ligne droite et ne se mélange pas avec le fluide environnant (sauf par diffusion moléculaire). Au-dessus d'une certaine vitesse, la séquence devient instable et le colorant se disperse rapidement à travers l'ensemble de la conduite: c'est le régime turbulent qui est en fait efficace pour le mélange de fluides.

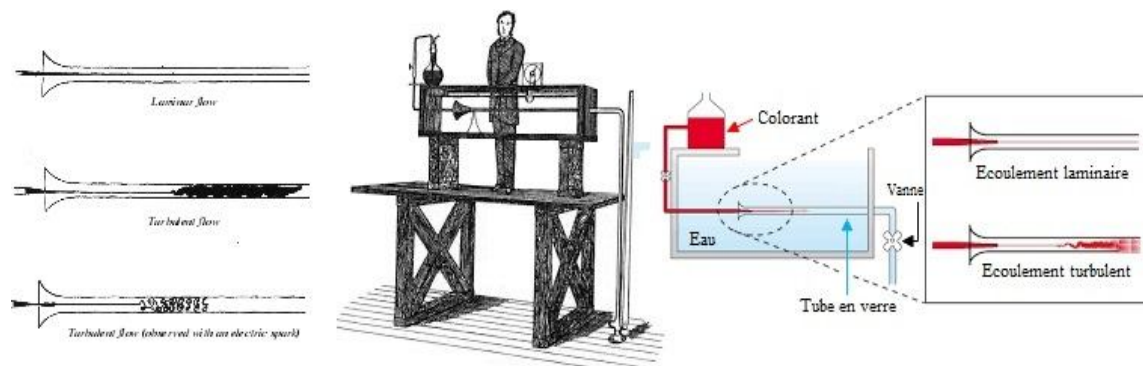


Figure 1.1: Dispositif expérimental de l'expérience de Reynolds
(The Science Museum, fondé en 1857, Exhibition Road, South Kensington, London)

Reynolds appliqua une analyse dimensionnelle aux écoulements en conduite et conclut que la transition prend place pour une valeur fixée d'un certain paramètre pouvant être interprété comme le rapport des forces d'inertie à celles de viscosité. En son honneur, ce paramètre est depuis appelé: le nombre de Reynolds qui s'exprime:

$$\text{Re} = \frac{\text{Forces d'inertie}}{\text{Forces de viscosité}} = \frac{\text{masse} \times \text{accélération}}{\text{contrainte de cisaillement} \times \text{surface}} = \frac{\rho V^2 L^2}{\mu VL}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu} \quad (1.29)$$

où: (V) et (L) représentent respectivement la vitesse et une dimension caractéristique de l'écoulement.

1.5.2: Equations moyennes (de Reynolds) de Navier-Stokes

Un écoulement turbulent est un mouvement dans lequel des fluctuations irrégulières sont superposées à un écoulement principal, et toutes les formes de modélisation de la turbulence nécessitent une certaine décomposition des variables dépendantes. La [figure 1.2](#) illustre la décomposition de Reynolds de la composante axiale de la vitesse.

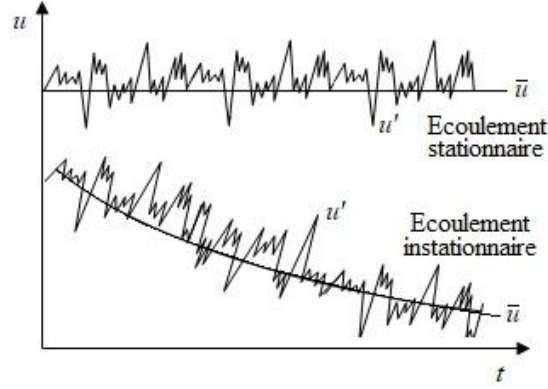


Figure 1.2: Décomposition dite de Reynolds impliquant la composante axiale de la vitesse d'écoulements stationnaire et instationnaire

Un écoulement turbulent peut donc être décrit par la superposition d'un écoulement moyen et de fluctuations. Il est par conséquent approprié de décomposer les variables instantanées (par exemple les composantes de la vitesse et la pression) en une valeur moyenne et une autre fluctuante, i.e.:

$$\begin{cases} u_i = \bar{u}_i + u'_i \\ \bar{\bar{u}}_i = \bar{u}_i \\ \bar{\bar{u}}'_i = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} p = \bar{p} + p' \\ \bar{\bar{p}} = \bar{p} \\ \bar{\bar{p}}' = 0 \end{cases} \quad (1.30)$$

Une des raisons pour lesquelles les variables sont ainsi décomposées est représentée par le fait que lorsqu'elles sont mesurées, c'est généralement leurs valeurs moyennes plutôt que l'historique de leurs fluctuations qui sont prises en compte. Une autre raison importante se rapporte au problème de la résolution numérique des équations de Navier-Stokes qui nécessiterait un maillage extrêmement affiné afin de pouvoir prendre en compte les niveaux des échelles turbulentes. Elle exigerait aussi une résolution fine dans le temps, les écoulements turbulents étant généralement instationnaires.

Si l'écoulement est compressible et avec transfert de chaleur, on ajoutera des termes de fluctuation à la densité et à la température qui s'exprimeront alors:

$$\begin{cases} \rho = \bar{\rho} + \rho' \\ \bar{\bar{\rho}} = \bar{\rho} \\ \bar{\bar{\rho}}' = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} T = \bar{T} + T' \\ \bar{\bar{T}} = \bar{T} \\ \bar{\bar{T}}' = 0 \end{cases} \quad (1.31)$$

Il est clair que les opérations concernant les valeurs moyennes et fluctuations, pour des variables symboliques notées (f) et (g) résulteront en:

$$\begin{cases} \bar{\bar{f}} = \bar{f} \quad ; \quad \overline{f+g} = \bar{f} + \bar{g} \quad ; \quad \overline{f \cdot g} = \bar{f} \cdot \bar{g} \quad ; \quad \overline{fg'} = 0 \quad ; \quad \overline{fg} = \bar{f}\bar{g} \\ \overline{\alpha f} = \alpha \bar{f} \quad (\alpha \text{ constante}) \quad ; \quad \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i} = \overline{\frac{\partial f}{\partial x_i}} \quad ; \quad \frac{\partial \bar{f}}{\partial t} = \overline{\frac{\partial f}{\partial t}} \quad ; \quad \overline{\int f ds} = \int \bar{f} ds \end{cases} \quad (1.32)$$

1.5.2.1: Equation de la conservation de la masse - Forme de Reynolds

En remplaçant les variables de l'équation de la conservation de la masse exprimée en coordonnées cartésiennes (équation 1.12) par la somme de leurs valeurs moyennes et fluctuations, et en simplifiant (équations 1.30-1.31), la forme de Reynolds de cette équation s'écrira:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho w) = 0 \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho \bar{u}_j}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho' \bar{u}_j}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho \bar{u}'_j}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho' \bar{u}'_j}) = 0$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho \bar{u}_j}) = 0 \quad (1.33)$$

1.5.2.2: Equations de Navier-Stokes - Forme de Reynolds

La moyenne relativement au temps des équations de conservation de la quantité de mouvement (équations 1.15) sont obtenues de la même manière que l'équation de la continuité i.e. en remplaçant les variables par la somme de leurs valeurs moyennes et fluctuations (équations 1.30-1.31) et en simplifiant. Relativement à (\mathbf{x}) , il vient:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}[(\bar{\rho} + \rho')(\bar{u} + u')] + \frac{\partial}{\partial x}[(\bar{\rho} + \rho')(\bar{u} + u')(\bar{u} + u')(\bar{p} + p') - \sigma_{xx}] \\ + \frac{\partial}{\partial y}[(\bar{\rho} + \rho')(\bar{u} + u')(\bar{v} + v') - \sigma_{yx}] \\ + \frac{\partial}{\partial z}[(\bar{\rho} + \rho')(\bar{u} + u')(\bar{w} + w') - \sigma_{zx}] = 0 \end{aligned} \quad (1.34)$$

Prenant la moyenne temporelle de toute l'équation, les termes linéaires en termes de fluctuations deviennent nuls. Eliminant ces termes et appliquant l'équation de la continuité pour regrouper ceux restants, la composante axiale de l'équation de la conservation de la quantité de mouvement s'écrira:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho \bar{u}} + \overline{\rho' \bar{u}'}) + \frac{\partial}{\partial x}(\overline{\rho \bar{u} \bar{u}} + \overline{\bar{u} \rho' \bar{u}'}) \\ + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{\rho \bar{u} \bar{v}} + \overline{\bar{u} \rho' \bar{v}'}) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{\rho \bar{u} \bar{w}} + \overline{\bar{u} \rho' \bar{w}'}) \\ = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) - \overline{\bar{u} \rho' \bar{u}'} - \overline{\bar{\rho} \bar{u}' \bar{u}'} - \overline{\rho' \bar{u}' \bar{u}'} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \overline{\bar{v} \rho' \bar{u}'} - \overline{\bar{\rho} \bar{u}' \bar{v}'} - \overline{\rho' \bar{u}' \bar{v}'} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) - \overline{\bar{w} \rho' \bar{u}'} - \overline{\bar{\rho} \bar{u}' \bar{w}'} - \overline{\rho' \bar{u}' \bar{w}'} \right] \end{aligned} \quad (1.35)$$

La même procédure peut être appliquée pour les deux autres composantes de l'équation de la conservation de la quantité du mouvement.

En écoulement turbulent en écriture tensorielle sous forme de Reynolds, les équations de Navier-Stokes s'expriment:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u_i} + \overline{\rho' u_i'}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_i u_j} + \overline{u_i \rho' u_j'}) \\ = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\sigma_{ij}} - \overline{u_j \rho' u_i'} - \overline{\rho u_i' u_j'} - \overline{\rho' u_i' u_j'}) \end{aligned} \quad (1.36)$$

$$\text{avec: } \overline{\sigma_{ij}} = \mu \left[\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \right] \quad (1.37)$$

et: $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$ est la fonction delta de Kronecker [15].

Dans le cas d'un écoulement incompressible, l'équation (1.36) se simplifie pour s'écrire:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{u_i u_j}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}[\overline{\sigma_{ij}} - \rho \overline{u_i' u_j'}] \quad (1.38)$$

$$\text{avec: } \overline{\sigma_{ij}} = \mu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (1.39)$$

1.5.2.3: Equation de conservation de l'énergie - Forme de Reynolds

L'équation de la conservation de l'énergie peut prendre diverses formes, selon le paramètre choisi pour être la variable thermique transportée. Il est souvent souhaitable d'utiliser la température comme la variable de transport.

La forme moyenne de Reynolds de l'équation de l'énergie est obtenue de la même manière que l'ont été celles de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement précédemment. Les variables dépendantes de l'équation (1.19) sont décomposées tel qu'indiqué par les équations (1.30-1.31). Après la moyenne temporelle, l'équation devient:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(C_p \overline{\rho T} + C_p \overline{\rho' T'}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho C_p T u_j} + C_p \overline{T u_i \rho' u_j'}) \\ = \frac{\partial \overline{p}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} + \overline{u_j' \frac{\partial p'}{\partial x_j}} \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} - \overline{\rho C_p T' u_j'} - C_p \overline{\rho' T' u_j'} - \overline{u_j C_p \rho' T'} \right) + \Phi \end{aligned} \quad (1.40)$$

$$\text{où: } \overline{\Phi} = \overline{\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = \overline{\sigma_{ij}} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \overline{\sigma_{ij}' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} \quad (1.41)$$

$$\text{et: } \overline{\sigma_{ij}} = \mu \left[\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \right] \quad (1.37)$$

1.5.3: Equations et contraintes de Reynolds

Les formes de Reynolds des équations de conservation (1.33, 1.36 et 1.40) dérivées précédemment et souvent dénommées les équations RANS (Reynolds-averaged Navier Stokes) sont susceptibles d'apparaître assez complexes. Néanmoins et pour de nombreux cas d'écoulement, elles peuvent être simplifiées.

Les équations du mouvement moyen relatent l'accélération du fluide qui s'écoule aux gradients des contraintes. Connaissant comment l'accélération pour le mouvement moyen est exprimée, il serait donc opportun de considérer tout nouveau terme comme un gradient de contrainte dû à un mouvement turbulent.

L'équation de la quantité de mouvement en incompressible (1.38) peut être réécrite en une autre forme grâce à l'application de l'équation de la continuité et en faisant ressortir la dérivée particulaire. Il vient:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}[\bar{\sigma}_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j}] \quad (1.38)$$

$$\left\{ \rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) \right\} = \left\{ -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right\} + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} \right\} + \left\{ \frac{\partial (-\rho \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} \right\}$$

qui peut se traduire par:

$$\underbrace{\rho \frac{d\bar{u}_i}{dt}}_{\text{Accélération du mouvement moyen}} = \underbrace{-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}}_{\text{Gradient de pression moyen}} + \underbrace{\frac{\partial (\bar{\sigma}_{ij})_{\text{laminaire}}}{\partial x_j}}_{\text{Gradients des contraintes de type laminaire du mouvement moyen}} + \underbrace{\frac{\partial (\bar{\sigma}_{ij})_{\text{turbulent}}}{\partial x_j}}_{\text{Gradients de contraintes apparemment causés par une dynamique due aux fluctuations turbulentes}} \quad (1.42)$$

$$D'où: (\bar{\sigma}_{ij})_{\text{turbulent}} = -\rho \overline{u'_i u'_j} \quad (1.43)$$

Ces contraintes additionnelles sont appelées communément contraintes de Reynolds, et représentent un tenseur de second ordre symétrique.

Un développement similaire des équations de Reynolds du mouvement et de l'énergie pour un écoulement compressible identifiera les termes impliquant les fluctuations de la vitesse et de la température i.e. les gradients de contraintes et de flux de chaleur respectivement:

$$(\bar{\sigma}_{ij})_{\text{urb.}} = -\rho \overline{u'_i u'_j} + \mu \left[\left(\frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}'_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}'_k}{\partial x_k} \right] \quad (1.44)$$

$$-(\nabla \cdot q)_{\text{urb.}} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\bar{\rho} C_p \overline{T' u'_j} - C_p \overline{\rho' T' u'_j} - \bar{u}_j C_p \overline{\rho' T'} \right) \quad (1.45)$$

Les équations de conservation turbulentes de Reynolds ne peuvent pas être résolues sous leurs formes actuelles, les nouvelles contraintes turbulentes et de flux de chaleur turbulents ayant ajouté de nouvelles inconnues. Des équations supplémentaires impliquant ces dernières doivent être dérivées ou des hypothèses les liant aux variables moyennes temporelles développées. Ce problème de fermeture est souvent résolu à travers la modélisation de la turbulence.

1.5.4: Le problème de fermeture - Modélisation et modèles de la turbulence

Tout modèle de turbulence devrait être validé. Ses prédictions devraient par conséquent être vérifiées et comparées aux résultats expérimentaux correspondants. Ceci est une limitation car obligeant l'utilisateur de l'appliquer uniquement dans la limite de la gamme de conditions pour lesquelles il a été vérifié. On distingue généralement deux grandes classes de modèles de turbulence:

La **classe I** est représentée par les modèles appliquant le principe de la viscosité turbulente de Boussinesq proposée en 1877 [16]. Ce sont les modèles de turbulence les plus utilisés dans les calculs d'ingénierie. L'hypothèse de la viscosité turbulente a été validée dans de nombreux cas d'écoulements par des résultats expérimentaux. Elles intègrent les modèles dits à zéro équation dont le plus connu est celui de la longueur de mélange de Prandtl [17]. Des modèles plus complexes intègrent une équation (k , énergie cinétique turbulente) ou plusieurs équations ($k-\varepsilon$, $k-\omega$, $k-\tau$...etc.) [18-19].

La **classe II** inclut les modèles concernés par la fermeture du système d'équations de Reynolds sans l'application cette hypothèse. Ce sont les modèles de second ordre où les tensions de Reynolds sont déterminées directement. Elles incluent les modèles dits de tensions de Reynolds ou RSM (Reynolds Stress Models). Cette catégorie peut aussi être classée suivant le nombre d'équations différentielles partielles supplémentaires qui doivent être résolues pour fournir les paramètres de modélisation. Dans les cas les plus complexes, ce nombre peut atteindre la valeur de 12 [19-20].

Une dernière catégorie (**classe III**) peut finalement être définie. C'est celle dont les modèles ne sont pas entièrement basés sur les équations de Reynolds. Les simulations dites à grands tourbillons ou LES (Large Eddy Simulation) entrent dans cette catégorie, et c'est un ensemble filtré d'équations de conservation qui est résolu à la place de celles de Reynolds [21]. La résolution numérique directe des équations de Navier-Stokes ou DNS (Direct Numerical Simulation) dans laquelle ces équations sont résolues numériquement sans aucun modèle de turbulence semble être l'ultime approche. Néanmoins et en raison de la vaste gamme d'échelles temporelles et spatiales, une résolution directe des équations de Navier-Stokes est extrêmement coûteuse en calcul. La résolution du maillage et les pas de temps requis pour résoudre correctement la complexité des structures fluides rendent l'approche DNS pratiquement impossible pour les applications d'ingénierie.

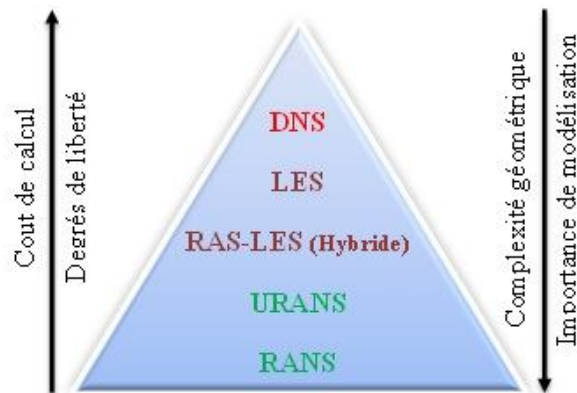


Figure 1.3: Divers modèles de turbulence du plus simple au plus complexe

Tous les modèles de turbulence ont des points forts mais aussi des limites ou handicaps causés essentiellement par les hypothèses émises lors de la modélisation. Aucun modèle ne peut être appliqué efficacement à tous les écoulements turbulents, des ajustements et une certaine ‘expérience’ sont indispensables pour sélectionner la modèle le plus approprié au cas étudié qui serait capable de réaliser des simulations précises, cohérentes et robustes.

1.6: L’ECOULEMENT ISENTROPIQUE

1.6.1: L’Entropie

Contrairement à l’énergie, l’entropie est une propriété non conservative et il n’existe par conséquent pas de principe de conservation de l’entropie. Le second principe de la thermodynamique conduit souvent à des expressions impliquant des inégalités, et celle importante énoncée par R.J.E. Clausius en 1865 [22] applicable à tout cycle thermodynamique qu’il soit réversible ou pas s’exprime:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad (1.46)$$

En s’intéressant au cas du volume gazeux qui est comprimé puis détendu dans un système piston-cylindre, il est clair que le volume du gaz revient également à sa valeur initiale à la fin d’un cycle et que par conséquent la variation nette de volume au cours d’un cycle est nulle. Ceci s’exprime par:

$$\oint dV = 0 \quad (1.47)$$

Ceci peut s’appliquer à n’importe quelle propriété. Une grandeur dont l’intégrale au cours d’un cycle est nulle ne dépend en fait que des états initiaux et finaux et non du processus, et par conséquent $(\delta Q/T)_{\text{rév.}}$ représente une propriété sous forme différentielle. C’est ce raisonnement qui avait amené R.J.E. Clausius à définir la propriété entropie qu’il nota (S) et qui s’exprime en kJ/K:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rév.}} \quad (1.48)$$

Au cours d’un processus, l’entropie est déterminée en intégrant son expression différentielle de l’équation (1.48) entre l’état initial (1) et final (2):

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rév.}} = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T_0} \right)_{\text{rév.}} = \frac{1}{T_0} \int_1^2 (\delta Q)_{\text{rév.}} = \frac{Q}{T_0} \quad (1.49)$$

où: T_0 : est la température constante du système,
 Q : est le la quantité de chaleur transférée au cours du processus réversible.

L’entropie peut aussi être exprimée en termes de l’énergie interne et de l’enthalpie. En effet, en considérant l’équation de la conservation de l’énergie pour un écoulement stationnaire:

$$\delta Q_{\text{rév.}} - \delta W_{\text{rév.}} = dU \quad (1.50)$$

Et en remplaçant la chaleur et le travail par leurs expressions respectives, on obtiendra:

$$TdS - PdV = dU$$

ou: $TdS = dU + PdV$ (1.51)

ou encore par unité de masse:

$$Tds = du + Pd\mathcal{V}$$
 (1.52)

d'où: $ds = \frac{du}{T} + \frac{Pd\mathcal{V}}{T}$ (1.53)

En appliquant la définition de l'enthalpie, et en remplaçant dans l'équation (1.52), il vient:

$$h = u + P\mathcal{V} \Rightarrow dh = du + Pd\mathcal{V} + \mathcal{V}dP$$

$$Tds = dh - \mathcal{V}dP$$
 (1.54)

d'où: $ds = \frac{dh}{T} - \frac{\mathcal{V}dP}{T}$ (1.55)

La variation de l'entropie, au cours d'un processus, est déterminée grâce à l'intégration d'une des équations (1.53) ou (1.55) entre les états initial et final. Pour un gaz parfait pour lequel:

$$du = C_v dT ; dh = C_p dT ; P\mathcal{V} = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{\mathcal{V}} \text{ ou } \mathcal{V} = \frac{RT}{P}$$
 (1.56)

On obtient grâce au remplacement dans les équations (1.53) et (1.55):

$$ds = C_v(T) \frac{dT}{T} + R \frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} \Rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 C_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \left(\frac{\mathcal{V}_2}{\mathcal{V}_1} \right)$$
 (1.57)

$$ds = C_p(T) \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} \Rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 C_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$
 (1.58)

La simplification des opérations d'intégration nécessiterait d'assumer les chaleurs spécifiques à volume et pression constantes. Pour un gaz parfait, c'est une approximation assez courante dont l'erreur qui en résulte est généralement acceptable:

$$s_2 - s_1 = C_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + R \ln \left(\frac{\mathcal{V}_2}{\mathcal{V}_1} \right)$$
 (1.59)

$$s_2 - s_1 = C_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$
 (1.60)

1.6.2: Ecoulements isentropiques de gaz parfaits

Un écoulement isentropique est un processus thermodynamique au cours duquel l'entropie du fluide (S) reste constante.

$$\Delta S = 0 \quad \text{ou} \quad s_2 = s_1 \quad \text{ou encore} \quad s_2 - s_1 = 0$$
 (1.61)

C'est en fait un processus thermodynamique qui est en même temps adiabatique et réversible. Un tel processus idéalisé est très utile en ingénierie car pouvant servir comme base de comparaison pour des processus réels [23].

Dans le cas d'un écoulement isentropique et sachant que $R=C_p-C_v$ et $\gamma= C_p/C_v$, les équations (1.59) et (1.60) deviennent:

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -\frac{R}{C_v} \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = \ln\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{\frac{R}{C_v}}$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)_{s=\text{cste}} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{\gamma-1} \quad (1.62)$$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{R}{C_p} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{R}{C_p}}$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)_{s=\text{cste}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (1.63)$$

Les équations (1.62) et (1.63) donnent aussi:

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{\gamma} \quad (1.64)$$

où: $P\rho^{\gamma} = \text{constante}$; $T\rho^{\gamma-1} = \text{constante}$; $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{constante}$ (1.65)

1.6.3: Ecoulement isentropique à grande vitesse et propriétés totales

Pour les écoulements à grande vitesse, tels que ceux se tenant dans une tuyère lors de la détente des gaz de combustion, l'énergie potentielle du fluide est négligeable tandis que celle cinétique ne l'est pas. Dans de tels cas, il est pratique de combiner l'enthalpie et l'énergie cinétique du fluide en un seul terme appelé enthalpie totale ou de stagnation qui est défini par unité de masse comme:

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad (1.66)$$

Dans le cas d'un gaz parfait pour lequel l'enthalpie s'exprime en fonction de la température (cf. équation 1.56) et où il est courant d'approximer la chaleur spécifique comme constante, l'équation (1.66) s'exprimera:

$$C_p T_0 = C_p T + \frac{V^2}{2} \Rightarrow T_0 = T + \frac{V^2}{2C_p} \quad (1.67)$$

où: T_0 : est la température totale ou de stagnation,

$\frac{V^2}{2C_p}$: est la température dynamique.

De la même manière, en utilisant les équations (1.62) et (1.63) et en notant ($\rho = 1/9$), on peut écrire:

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (1.68)$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (1.69)$$

1.6.4: Vitesse du son et nombre de Mach

Un paramètre important lors de l'étude des écoulements compressibles est la vitesse du son définie comme la vitesse à laquelle une onde de pression infinitésimale se déplace au sein d'un milieu. En considérant l'écoulement isentropique, il peut être démontré [24] que la vitesse du son s'exprime:

$$a^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{s=\text{constante}} = \frac{\gamma P}{\rho} = \gamma RT$$

et:
$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (1.70)$$

Un second paramètre aussi important, dans l'étude des écoulements de fluides compressibles, est le nombre de Mach (Ernest Waldfried Wenzel Mach, 1838-1916) défini comme le rapport de la vitesse réelle du fluide à celle du son dans le même milieu:

$$M = \frac{V}{a} \quad (1.71)$$

1.6.5: Relations isentropiques d'un gaz parfait

Utilisant les relations définissant la vitesse du son (1.70) ainsi que le nombre de Mach (1.71) et exprimant la chaleur spécifique à pression constante en fonction uniquement de la constantes des gaz parfaits (R) et du rapport des chaleurs spécifiques (γ), les relations liant les propriétés statiques et celles totales ou de stagnation (1.67, 1.68 et 1.69) peuvent être dérivées et être exprimées uniquement en fonction du nombre de Mach:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M^2 \quad (1.72)$$

$$\frac{P_0}{P} = \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M^2\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (1.73)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M^2\right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (1.74)$$

Chapitre2: LES TUYERES DE PROPULSION

2.1: INTRODUCTION

Une tuyère peut être définie comme une conduite de section circulaire non constante. Elle constitue la pièce d'ingénierie la plus importante sinon fondamentale associée à la détente des gaz, à leur débit à grande vitesse et par conséquent à la propulsion. Elle peut être convergente ou divergente.

La configuration à laquelle le présent chapitre s'intéresse est celle initialement développée au XIX^{ème} siècle par l'ingénieur suédois Carl Gustaf Patrik de Laval (1845-1913) pour une application aux turbines à vapeur, et depuis utilisée dans presque tous les moteurs de fusée.

Une tuyère est un dispositif conçu pour contrôler la direction et les caractéristiques d'un écoulement de fluide afin d'en augmenter la vitesse. Une tuyère peut être:

- **Convergente** donc se rétrécissant d'un diamètre large à un diamètre plus petit dans le sens de l'écoulement. Les tuyères convergentes accélèrent les fluides jusqu'à des vitesses subsoniques. Néanmoins, si le rapport de pression de la tuyère est suffisamment élevé, le débit atteindra la vitesse sonique au point le plus étroit appelé 'col'. Dans ces conditions, la tuyère est dite amorcée.
- **Divergente** et dans ce cas, sa section droite après s'être rétrécie (convergente) verra son diamètre augmenter. Elle est constituée donc d'une section convergente, un col et une section divergente. Elle est souvent appelée 'tuyère convergente-divergente (C-D) ou 'De-Laval' du nom de son inventeur suédois.

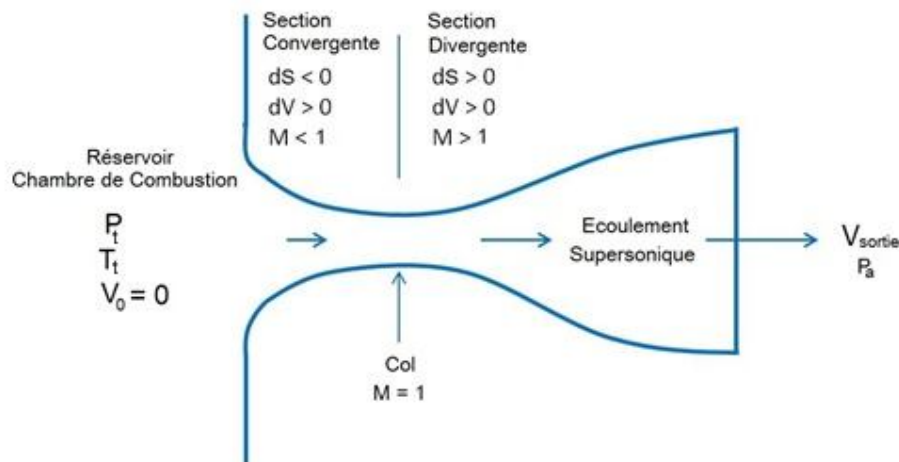


Figure 2.1: Tuyère De Laval convergente-divergente

Une tuyère supersonique (ou De-Laval) est donc une conduite de forme convergente-divergente située entre la chambre de combustion (ou réservoir) et le milieu extérieur des moteurs à réaction équipant les avions ou moteurs fusées. Elle a pour rôle d'accélérer les gaz jusqu'à des vitesses supérieures à la vitesse du son. Sa forme permet de détendre les gaz, et l'opération de détente transforme l'énergie potentielle du gaz en énergie cinétique. Tout le long de la tuyère, la vitesse des gaz augmente pendant que sa pression et sa température diminuent.

2.2: FONCTIONNEMENT DES TUYERES SUPERSONIQUES: ECOULEMENT ISENTROPIQUE

La simulation du fonctionnement d'une tuyère de propulsion est nécessaire sinon indispensable à la compréhension du processus de détente des gaz du réservoir à l'ambiant en passant par la section convergente, le col, la section divergente et l'ambiant. Une compréhension du principe de fonctionnement des tuyères de type convergent-divergent nécessite d'abord d'examiner le principe de fonctionnement des celles de type uniquement convergent.

Néanmoins, la recherche de relations liant particulièrement les paramètres telles que la pression, la température, la masse volumique et la vitesse à la surface et au nombre de Mach au sein d'un écoulement isentropique unidimensionnel est primordiale. Pour un tel écoulement, le débit massique s'exprime:

$$\dot{m} = \rho VS = \text{constante} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dS}{S} = 0 \quad (2.1)$$

L'équation de la conservation de l'énergie en écoulement stationnaire sans échange de chaleur et en négligeant l'énergie potentielle (équation de Bernoulli) s'exprime:

$$\frac{dP}{\rho} + VdV = 0 \quad (2.2)$$

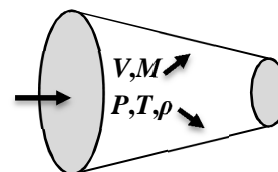
$$\left. \begin{array}{l} \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dS}{S} = 0 \\ \frac{dP}{\rho} + VdV = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dS}{S} = \frac{dP}{\rho} \left(\frac{1}{V^2} - \frac{d\rho}{dP} \right) \text{ ou } \frac{dS}{S} = \frac{dP}{\rho V^2} (1 - M^2) \quad (2.3)$$

Appliquant l'équation (2.2) pour exprimer le rapport $(dP/\rho = -VdV)$ et remplaçant dans l'équation précédente (2.3), on obtiendra:

$$\frac{dS}{S} = -\frac{dV}{V} (1 - M^2) \quad (2.4)$$

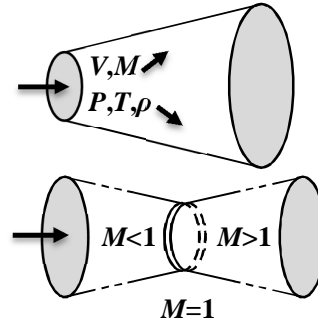
et c'est l'équation qui régit la forme d'une tuyère en écoulement isentropique subsonique ou supersonique. En effet:

- En écoulement subsonique: $M < 1 \Rightarrow \frac{dS}{dV} < 0$



- En écoulement supersonique: $M > 1 \Rightarrow \frac{dS}{dV} > 0$

- En écoulement sonique: $M = 1 \Rightarrow \frac{dS}{dV} = 0$



Il apparaît donc qu'une vitesse supersonique ne peut être atteinte au sein d'une tuyère que si l'écoulement est sonique au col ($M=1$) où les propriétés sont dénommées critiques et sont munies d'une (*). Les rapports critiques sont exprimés grâce aux équations (1.42), (1.73) et (1.74) en remplaçant le nombre de Mach par unité. Il vient:

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{\gamma + 1} \quad (2.5)$$

$$\frac{P^*}{P_0} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (2.6)$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (2.7)$$

2.2.1: Tuyère convergente

Dans ce type de tuyères, la surface diminue progressivement dans le sens de l'écoulement.

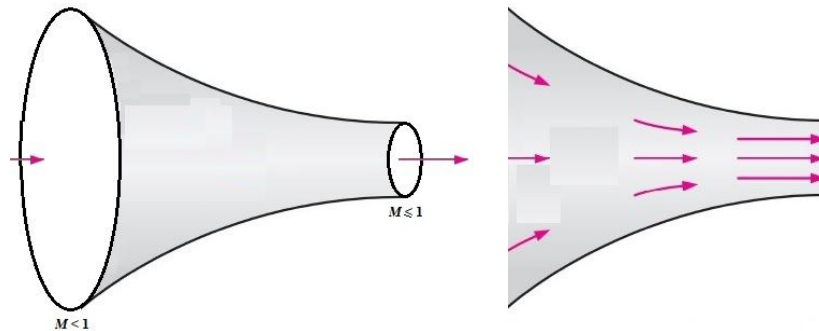


Figure 2.2: Tuyère convergente

Dans le cas d'une tuyère convergente telle que celle illustrée en Figure 2.2, la section droite diminue progressivement dans le sens de l'écoulement. La vitesse augmente mais cela ne se produit que jusqu'à une certaine limite où elle atteint la vitesse du son au col ($M=1$).

Dans des conditions d'écoulement stationnaire, le débit massique à travers une tuyère est constant, et s'exprime :

$$\dot{m} = \rho V S = \left(\frac{P}{RT} \right) (M \sqrt{\gamma RT}) S = PMS \sqrt{\frac{\gamma}{RT}} \quad (2.8)$$

Remplaçant (P) et (T) par leurs expressions exprimées par les équations (1.72) et (1.73) introduira les propriétés de stagnation et exprimera le débit massique comme:

$$\dot{m} = \frac{MSP_0 \sqrt{\frac{\gamma}{RT_0}}}{\left[1 + \frac{(\gamma-1)M^2}{2}\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \quad (2.9)$$

Pour une température et pression de stagnation ainsi qu'une surface de la section droite spécifiées, le débit maximum à travers une tuyère est obtenu pour un nombre de Mach unité, donnant:

$$\dot{m}_{\max.} = S^* P_0 \sqrt{\frac{\gamma}{RT_0}} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (2.10)$$

Les équations précédentes (2.9) et (2.10) permettent d'exprimer la relation liant la variation de l'aire de la section droite en fonction de celle au col:

$$\frac{S}{S^*} = \frac{1}{M} \left[\left(\frac{2}{\gamma+1}\right) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (2.11)$$

Les valeurs des diverses propriétés d'un écoulement compressible unidimensionnel isentropique sont tabulées en fonction du nombre de Mach. Un aperçu de ces résultats est présenté au tableau 2.1 ci-dessous.

Tableau 2.1: Propriétés de l'écoulement compressible d'un gaz parfait avec $\gamma=1,4$ [25]

M	P/P_t	ρ/ρ_t	T/T_t	S/S^*
0.0	1.0000	1.0000	1.0000	∞
0.2	0.9725	0.9803	0.9921	2.9630
0.4	0.8956	0.9243	0.9690	1.5901
0.6	0.7840	0.8405	0.9328	1.1882
0.8	0.6560	0.7400	0.8865	1.0382
1.0	0.5283	0.6339	0.8333	1.000
2.0	0.1278	0.2300	0.5556	1.688
3.0	0.02722	0.07623	0.3571	4.235
4.0	0.006586	0.02766	0.2381	10.72
5.0	0.001890	0.01134	0.1667	25.00
6.0	0.006334	0.005194	0.1220	53.18
7.0	0.0002416	0.002609	0.09259	104.1
8.0	0.0001024	0.001414	0.07246	190.1
9.0	0.00004739	0.0008150	0.05814	327.2
10.0	0.00002356	0.0004948	0.04762	535.9

2.2.2.: Tuyère convergente-divergente (de-Laval)

Dans le cas d'une tuyère de-Laval où une section divergente est placée juste après le convergent et dès que la vitesse au col atteint la vitesse du son, la vitesse d'écoulement augmentera avec la diminution de la contre-pression (i.e. la pression aval). Dans ce cas, des vitesses supersoniques peuvent être atteintes au sein du divergent. Néanmoins, le fait de forcer un fluide à travers une tuyère C-D ne garantit pas l'obtention de vitesses supersoniques. En effet, le fluide peut se retrouver en train de ralentir dans la section divergente au lieu d'accélérer si la contre-pression n'est pas dans la plage requise nécessaire.

Le régime d'écoulement au sein de la tuyère est en fait déterminé par le rapport de pression global et par conséquent, pour des conditions d'entrée données, le débit à travers la tuyère est contrôlé par la pression aval.

En considérant la tuyère C-D de la Figure 2.3, les différents scénarios d'écoulement qui y prennent place peuvent être simulés en diminuant la pression aval (P_{aval}).

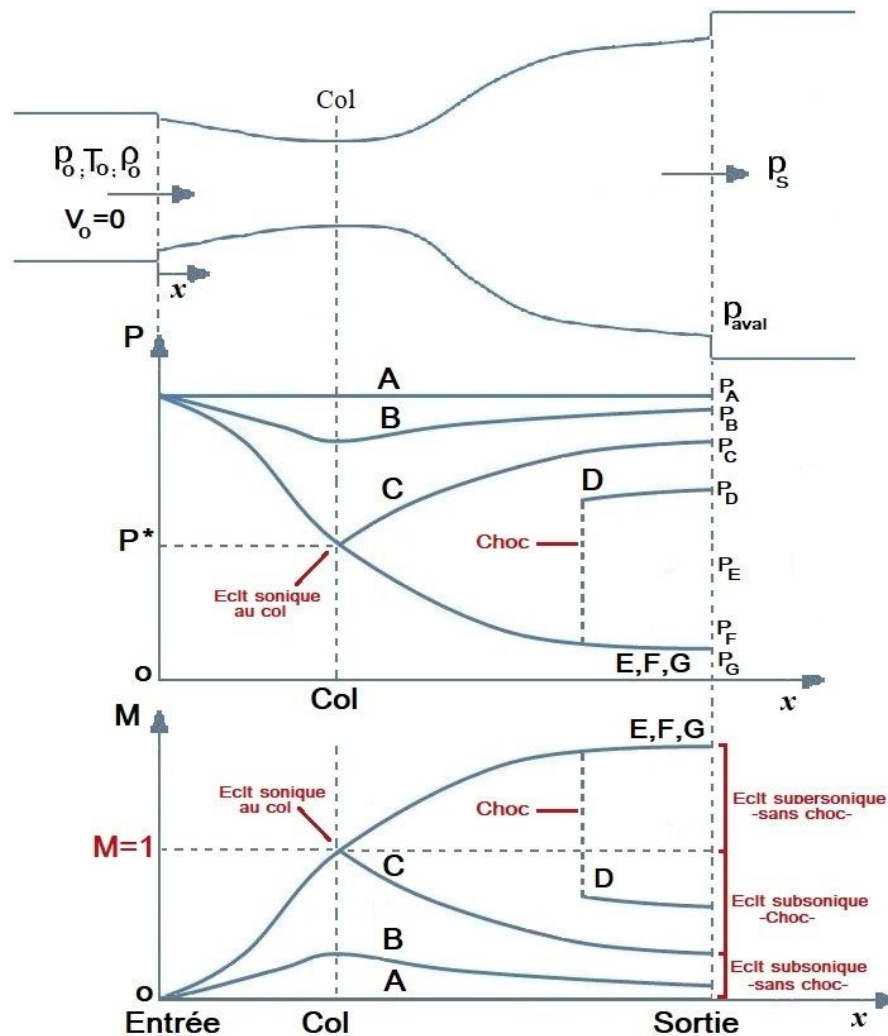


Figure 2.3: Tuyère convergente-divergente et profils des pressions et Mach

Cas 1 : $P_{\text{aval}} = P_0$

Il n'y a pas d'écoulement. Cela est tout à fait prévisible étant donné que l'écoulement est mû par la différence de pression entrée et la sortie de la tuyère.

Cas 2 : $P_{\text{aval}} > P_0$
 $P_{\text{aval}} < P_C$

l'écoulement reste subsonique tout le long de la tuyère, et le débit est inférieur à celui de l'amorçage. La vitesse augmente dans la section convergente, atteint son maximum au col mais avec un Mach inférieur à l'unité ($M_{\text{col}} < 1$). Par conséquent, elle tend à diminuer dans la section divergente qui agira donc comme un diffuseur. Inversement, la pression diminue et atteint un minimum au col pour augmenter par la suite au détriment de la vitesse.

Cas 3 : $P_{\text{aval}} = P_C$

Dans ce cas, la pression au col atteint la valeur (P^*) et l'écoulement la vitesse sonique ($M_{\text{col}} = 1$), mais la section divergente de la tuyère continue d'agir comme un diffuseur ralentissant l'écoulement à des vitesses subsoniques. Le débit massique (\dot{m}_{col}) qui augmentait avec la diminution de P_{aval} atteint également sa valeur maximale.

Une diminution subséquente supplémentaire de P_{aval} n'aura aucune influence ni sur la vitesse de l'écoulement ni sur son débit au sein de la section convergente de la tuyère. Elle influence cependant le caractère de l'écoulement dans sa section divergente.

Cas 4 : $P_{\text{aval}} > P_E$
 $P_{\text{aval}} < P_C$

Le fluide ayant atteint la vitesse sonique au col continue son accélération afin d'atteindre, au fur et à mesure que la pression diminue, des valeurs supersoniques dans la section divergente. Cette accélération est néanmoins stoppée à cause de l'apparition d'un choc normal qui se développe le long d'une section droite entre le col et la section de sortie provoquant une augmentation brusque de la pression accompagnée d'une chute de la vitesse à des régimes subsoniques. Le fluide continue son ralentissement au sein de la section restante du divergent.

Remarque 1: L'écoulement à travers le choc est irréversible, et ne peut donc être considéré isentropique.

Remarque 2: Le choc normal s'avance en aval du col avec la diminution de la pression en aval (P_{aval}). Il s'approchera de la sortie avec l'approche de la pression en aval (P_{aval}) de la pression de sortie (P_s).

Cas 5 : $P_{\text{aval}} = P_E$

le choc normal se constitue au niveau de la section de sortie de la tuyère, et l'écoulement est donc supersonique à travers toute la section divergente donc pouvant être approximé isentropique. La vitesse décroît à des niveaux subsoniques après avoir traversé le choc droit i.e. juste à la sortie de la tuyère.

Cas 6 : $P_{\text{aval}} < P_E$

$$P_{\text{aval}} > 0$$

Lorsque la pression en aval (P_{aval}) est inférieure à (P_E), l'écoulement est complètement supersonique le long du divergent pouvant se détendre jusqu'à $P_{\text{aval}}=P_F$ sans apparition de choc.

Cas 7: $P_{\text{aval}} = P_F$

Aucun choc ne se produit le long du divergent ou à sa sortie, et l'écoulement peut être assumé (approximé) isentropique.

Cas 8: $P_{\text{aval}} < P_F$

Des ondes de détente prennent place en aval de la section de sortie de la tuyère, formant des ondes de choc obliques.

2.3: ONDES DE CHOC ET DE DETENTE

Sachant que les ondes sonores sont provoquées par des perturbations de pression et qu'elles se déplacent à la vitesse du son, les écoulements supersoniques se tenant dans des tuyères convergentes-divergentes peuvent être, sous certaines conditions de contre-pression, soumises à des ondes de choc ou ondes de détente.

2.3.1: Ondes de choc

Un écoulement se déplaçant à une vitesse supérieure à celle du son et faisant face à une diminution brutale de la zone d'écoulement génère des ondes de choc qui représentent un processus irréversible où l'entropie augmente. À travers une onde de choc, la pression statique, la température et la densité du gaz augmentent presque instantanément tandis que l'enthalpie et la température totales restent constantes. Néanmoins, la pression totale en aval du choc est toujours inférieure à celle en son amont et le nombre de Mach et la vitesse diminuent également à travers une onde de choc.

Si l'onde de choc est perpendiculaire à la direction de l'écoulement, le choc est dit normal. Dans certains cas et suivant la forme de l'objet et la vitesse de l'écoulement, l'onde de choc est inclinée relativement à cet écoulement. Dans ce cas, elle est appelée choc oblique.

Des chocs dits 'faibles' se produisent très souvent et dans ce cas, la solution est supersonique. Cependant et dans certaines conditions, un 'choc fort' peut se manifester donnant lieu à une solution subsonique.

2.3.1.1: Onde de choc normal

Les équations associant les propriétés d'écoulement en amont et aval d'un choc droit sont développées grâce à l'application des équations de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Le gaz est considéré compressible, et l'écoulement unidimensionnel, stationnaire et non-visqueux (cf. Figure 2.4).

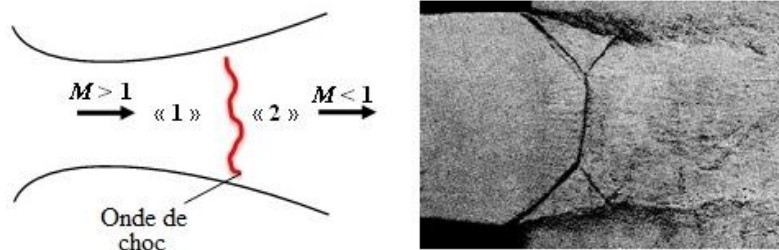


Figure 2.4: Onde de choc normale et sa représentation

Les relations entre les différentes propriétés en amont et aval d'un choc droit pour un gaz parfait avec des chaleurs spécifiques constantes s'expriment [26]:

$$\begin{cases} \frac{P_{t2}}{P_{t1}} = \left[\frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2+2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left[\frac{(\gamma+1)}{2\gamma M_1^2 - (\gamma-1)} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ \frac{T_2}{T_1} = 1 \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\begin{cases} \frac{P_2}{P_1} = \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma-1)}{\gamma+1} \\ \frac{T_2}{T_1} = \frac{[2\gamma M_1^2 - (\gamma-1)][(\gamma-1)M_1^2 + 2]}{(\gamma+1)^2 M_1^2} \\ \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2 + 2} \\ M_2^2 = \frac{(\gamma-1)M_1^2 + 2}{2\gamma M_1^2 - (\gamma-1)} \end{cases} \quad (2.13)$$

2.3.1.2: Onde de choc oblique

Les chocs obliques sont généralement générés soit lorsqu'un corps se déplace à des vitesses supersoniques à travers un milieu, ou encore par le bord d'attaque de l'aile et de la queue d'un avion supersonique (cf. Figure 2.5). Ils peuvent également se produire en aval d'une tuyère supersonique si la pression de sortie est différente de celle du milieu dans lequel l'écoulement se déverse.

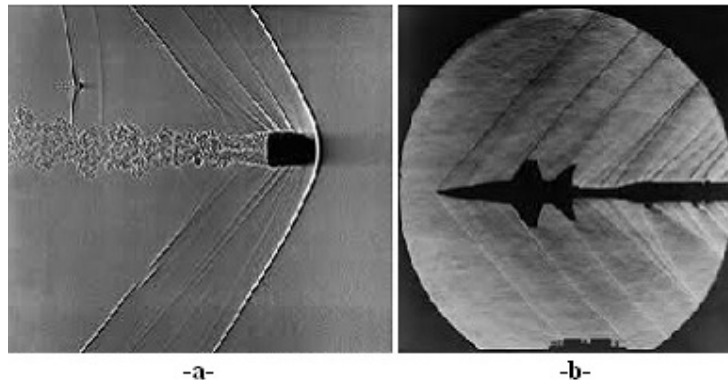


Figure 2.5: Ondes de choc oblique générées (a) par une balle traversant à une vitesse supersonique (b) par une maquette de l'avion hypersonique américain X-15 (1962)

Les équations associant les propriétés d'écoulement en amont et aval d'un choc oblique sont les mêmes appliquées précédemment (§ 2.3.1.1) pour un choc droit. En notant les zones amont et aval de l'onde par (1) et (2) respectivement (cf. Figure 2.6), Les relations entre

les différentes propriétés en amont et aval d'un choc droit pour un gaz parfait avec des chaleurs spécifiques constantes s'expriment [27]:

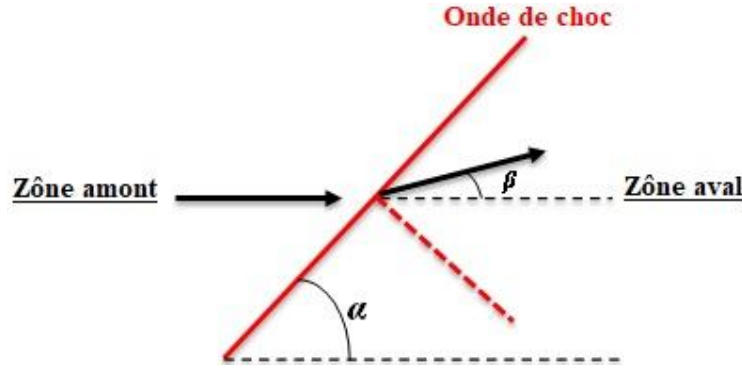


Figure 2.6: Onde de choc oblique et sa représentation
(α): angle du choc et (β): angle de déflexion

$$\left\{ \begin{array}{l} \cot(\beta) = \tan(\alpha) \left\{ \frac{(\gamma+1)M_1^2}{2[M_1^2 \sin^2(\alpha) - 1]} - 1 \right\} \\ \frac{P_2}{P_1} = \left[\frac{(\gamma+1)M_1^2 \sin^2(\alpha)}{(\gamma-1)M_1^2 \sin^2(\alpha) + 2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left[\frac{(\gamma+1)}{2\gamma M_1^2 \sin^2(\alpha) - (\gamma-1)} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{array} \right. \quad (2.14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_2}{P_1} = \frac{2\gamma M_1^2 \sin^2(\alpha) - (\gamma-1)}{\gamma+1} \\ \frac{T_2}{T_1} = \frac{[2\gamma M_1^2 \sin^2(\alpha) - (\gamma-1)][(\gamma-1)M_1^2 \sin^2(\alpha) + 2]}{(\gamma+1)^2 M_1^2 \sin^2(\alpha)} \\ \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)M_1^2 \sin^2(\alpha)}{(\gamma-1)M_1^2 \sin^2(\alpha) + 2} \\ M_2^2 \sin^2(\alpha - \beta) = \frac{(\gamma-1)M_1^2 \sin^2(\alpha) + 2}{2\gamma M_1^2 \sin^2(\alpha) - (\gamma-1)} \end{array} \right. \quad (2.15)$$

2.3.2: Ondes de détente

La solution du choc oblique pour un angle de choc (α) qui obstrue un écoulement supersonique diminuant ainsi son nombre de Mach et sa vitesse (§ 2.3.12) est similaire à celle des ondes de détente sauf que dans cette dernière, les changements en termes d'angle d'écoulement sont graduels et expansifs élargissant ainsi la zone d'écoulement et augmentant le nombre de Mach et la vitesse. Ils n'entraînent par conséquent pas d'onde de choc mais plutôt une région en détente continue composée d'un nombre infini d'ondes de Mach connues communément sous le nom d'ondes de détente de Prandtl-Meyer. Ces déflexions locales sont tellement petites que l'écoulement peut être assumé isentropique, permettant l'application des équations isentropiques de gaz parfaits (§ 1.6).

Etablie par Ludwig Prandtl et Theodor Meyer [28], la fonction de Prandtl-Meyer décrit en fait l'angle, qui peut s'exprimer en degrés ou radians, par lequel l'écoulement doit se

détendre d'une manière isentropique de la vitesse sonique ($M=1$ i.e. $v=0$) à un Mach supersonique. Pour un gaz parfait, il s'exprime:

$$\begin{cases} v_1(M_1) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} (M_1^2 - 1) \right) - \tan^{-1} \left(\sqrt{M_1^2 - 1} \right) \\ v_2(M_2) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} (M_2^2 - 1) \right) - \tan^{-1} \left(\sqrt{M_2^2 - 1} \right) \end{cases} \quad (2.16)$$

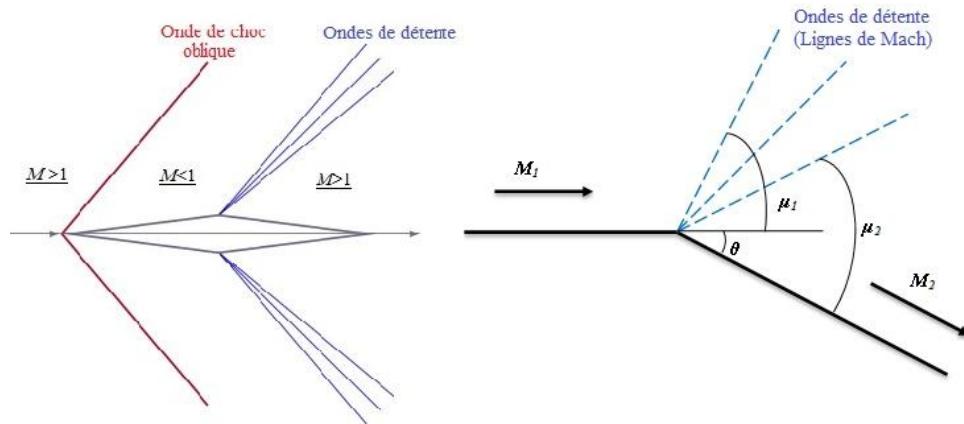


Figure 2.7: Représentation de 3 ondes de détente (il y en a en fait une infinité) pour un écoulement dévié d'un angle (θ). Les angles (μ_1) et (μ_2) étant les angles de Mach.

2.4: DIFFERENTS TYPES DE TUYERES SUPERSONIQUES

Le maximum de poussée pour une tuyère est obtenu lorsque l'écoulement à la sortie est uniforme i.e. dirigé suivant la ligne centrale de la tuyère et possède une pression égale à celle ambiante.

Dans le cas où l'écoulement est assumé non visqueux, il ne peut y avoir de fluide traversant une ligne de courant. Par conséquent, le profil de la paroi solide peut être assumé confondu avec une ligne de courant. Tenant compte de ces deux hypothèses simplificatrices, plusieurs configurations de tuyères ont été proposées dans le but d'atteindre un maximum de poussée.

2.4.1: Tuyère conique

Utilisés dans les premiers modèles de moteurs fusées en raison de leur simplicité et facilité de fabrication, ils peuvent développer des poussées importantes si l'angle de divergence constant est petit car produisant un jet presque axial et donc une impulsion spécifique importante (§ 2.5.3). Ceci, en plus de la complexité de fabrication, résultera en une section assez longue et donc lourde. Cette perte de poussée due à la divergence est prise en compte grâce à un facteur dépendant principalement de l'angle de divergence et défini comme (Figure 2.8):

$$\lambda = \frac{1 + \cos(\alpha)}{2} \quad (2.17)$$

Dans le cas de petits moteurs propulsifs, il est généralement plus pratique d'utiliser des tuyères coniques à cause particulièrement de leur simplicité de fabrication. Habituellement, le demi-angle du cône est pris égal à 15° . La longueur de ce type de tuyère est petite relativement à celle de la tuyère idéale. Cette configuration est souvent utilisée comme base de comparaison en termes de poussée et de longueur.

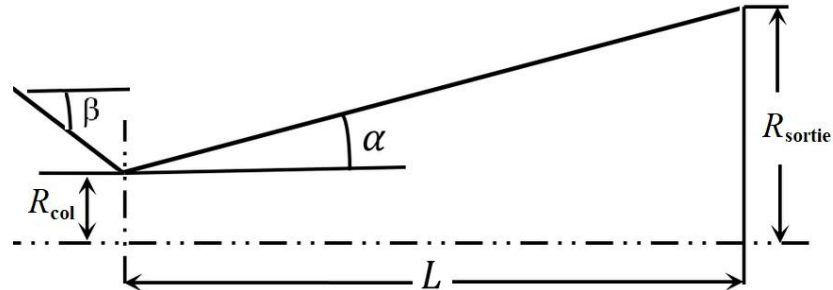


Figure 2.8: Tuyère conique

2.4.2: Tuyère profilée ou contour

Les pertes de performance en termes de poussée, notamment dues à l'angle de divergence dans les tuyères coniques, a introduit l'idée de faire détendre les gaz près du col en attribuant un angle de divergence assez important (20° à 50° , en rouge sur la [figure 2.9](#)) et à le faire suivre par une inversion progressive de la pente du contour de sorte qu'à la sortie, l'angle de divergence est assez petit (généralement inférieur à 10° en terme de demi-angle) comme cela est illustré en vert sur la [figure 2.9](#).

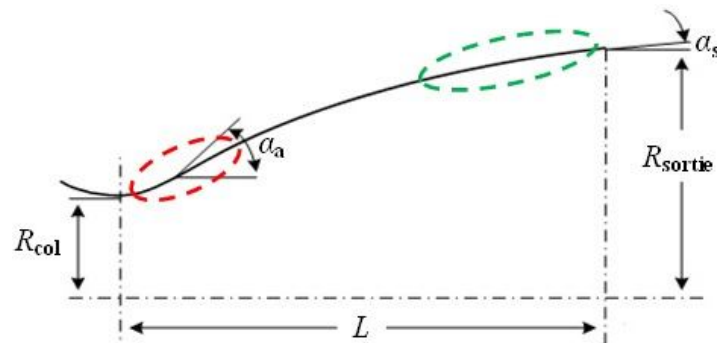


Figure 2.9: Tuyère profilée ou contour

Dans ce cas, le contour est assez complexe, la large section de détente des gaz près du col pouvant provoquer des ondes de choc (de détente). L'inversion de la pente conçue pour ramener la sortie à un angle nettement plus petit provoque quant à elle des ondes de choc (de compression). Une tuyère correctement conçue fera coïncider ces deux ensembles d'ondes de choc qui par conséquent s'annuleront.

2.4.3: Tuyère annulaire

Les tuyères de propulsion conventionnelles possèdent des géométries convergentes-divergentes axisymétriques. Elles ont été et sont utilisées avec succès dans les moteurs fusées,

les turboréacteurs et statoréacteurs depuis de nombreuses années. Leurs avantages incluent le développement de performances importantes aux conditions de conception, un poids et un coût raisonnables en plus de la disponibilité de techniques de conception-analyse précises. Leurs inconvénients intègrent des longueurs excessives et de faibles performances hors point de conception. Un certain nombre de concepts réalisés grâce à l'insertion de corps centraux axisymétriques dans des tuyères classiques ont été envisagés pour surmonter ces inconvénients, et le corps central dans ce cas peut être situé soit en amont, en aval ou au col des géométries axisymétriques.

Grâce au corps central, les gaz de combustion subissent une détente dans l'anneau divergent constitué par le contour convergent du corps central et la section divergente de la tuyère (Figure 2.10). Si le contour est conique, la poussée est réduite d'un facteur (λ) qui s'exprime:

$$\lambda = \frac{\frac{1}{2}(\sin \alpha + \sin \beta)^2}{(\alpha + \beta) \sin \beta + \cos \beta - \cos \alpha} \quad (2.18)$$

où (α) et (β) représentent les angles formés par l'axe de la tuyère et la paroi extérieure, et l'axe de la tuyère et la paroi intérieure du corps central respectivement.

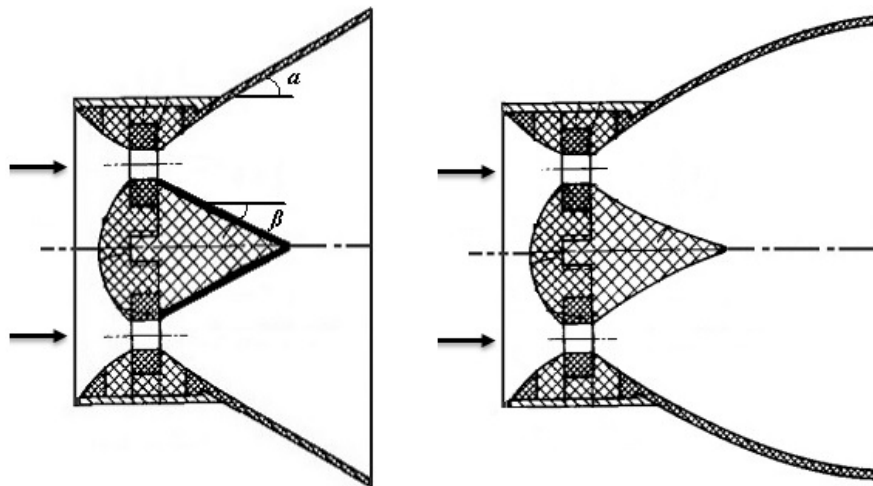


Figure 2.10: Tuyères annulaires à contour conique et profilé

2.4.4: Tuyères auto-ajustables

Dans le cas des tuyères dites 'auto-ajustables', la détente des gaz de combustion est régulée par la pression ambiante contrairement aux configurations précédentes où la détente est contrôlée par contour de la paroi de la section divergente. L'ajustement de la détente est réalisé automatiquement afin d'être conforme aux conditions extérieures. Ce type de géométrie intègre [29]:

- les tuyères à corps central bidimensionnel type à bouchon ou 'Plug Nozzle',
- les tuyères bidimensionnelles à détente-déflexion ou 'Expansion-Deflection E-D nozzles'.

2.4.4.1: Tuyère à corps central bidimensionnel type à bouchon. ou 'Plug Nozzle'

Les tuyères type bouchon sont constituées d'un corps central ou 'bouchon' autour duquel s'écoulent les gaz de combustion en phase de détente. La forme du bouchon est l'une de ses principales caractéristiques car c'est autour de sa surface que les gaz d'échappement subissent la détente de la pression de la chambre de combustion à celle ambiante, et son col possède la forme d'un anneau localisé au diamètre extérieur telle que représentée en [Figure 2.11](#) [30].

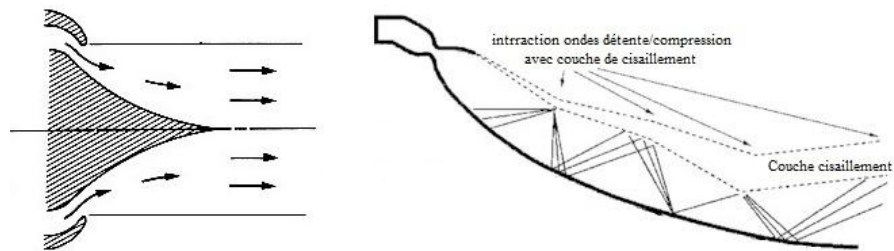


Figure 2.11: Corps central et écoulement sur-détendu en longueur totale et corps central tronqué d'une tuyère à corps central bidimensionnel type à bouchon

La poussée de ce type de tuyère est identique à celle des tuyères convergentes-divergentes. Leurs applications sont multiples s'étendant aux avions, fusées et de nombreux autres dispositifs d'écoulement de fluide. Elles appartiennent à la classe de tuyères dites à compensation d'altitude qui, contrairement aux tuyères traditionnelles coniques et contour, maintiennent une efficacité importante à une large gamme d'altitudes [31].

2.4.4.2: La tuyère type 'détente-déviation' (Expansion-Déflexion E-D type)

La tuyère E-D ressemble à une tuyère profilée sauf à part le fait qu'un corps central ait été intégré au col déviant ainsi les gaz de combustion provenant de la chambre de combustion et passant à travers la section convergente vers les parois de la section divergente. Le fait que ces gaz se détendent d'une manière sensible près du col avant d'être dirigés vers la section de sortie permet d'obtenir des configurations plus courtes que la géométrie profilée standard tout en maintenant les taux de détente escomptés ([Figure 2.12](#)).

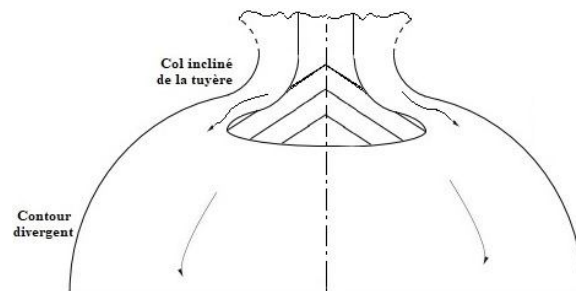


Figure 2.12: Tuyère type 'détente-déviation' (Expansion-Déflexion E-D type) [32]

Si le corps central est conçu pour se déplacer le long de son axe de rotation, la surface au col sera variable, et permettra par conséquent un étranglement efficace, tout en maintenant la pression de la chambre [33].

Ce type de tuyère est adéquat aux étages supérieurs des d'engins où il serait donc utilisé dans un environnement à basse pression ou en vide. Elle offrirait dans ce cas des réductions de poids et de longueur ainsi qu'une augmentation substantielle de l'impulsion spécifique comparativement aux configurations profilées classiques [34].

2.4.5: Profils optimisés de tuyères supersoniques

La conception de tuyères de grandes dimensions est généralement confrontée à une longueur importante du divergent et par conséquent à une contrainte de poids excessif. Une optimisation de son profil est donc indispensable. Deux types de profils optimisés sont appliqués et produisent de bons résultats [35]. Ce sont les tuyères idéales tronquées (TIC) et les tuyères à profil parabolique (TOC).

2.4.5.1: Les tuyères à contour idéal tronqué-TIC

Le profil d'une tuyère à contour idéal tronqué est obtenu à partir de celui d'une tuyère idéale de référence qui a été calculé pour engendrer dans le plan de sortie un écoulement parallèle. Pour des raisons d'optimisation, le divergent de la tuyère est tronqué au prix d'un gain de poids et d'une perte de poussée relativement limitée [35].

2.4.5.1: Les tuyères à profil parabolique-TOC

Proposée par Rao [36], la tuyère tronquée TOC possèdera une longueur typique de 75% à 85 % inférieure à celle conique à 15° d'angle de divergence avec le même rapport de sections (col/sortie).

2.5: PRINCIPAUX PARAMETRES DE PERFORMANCE

L'efficacité d'une tuyère est dépendante de la pression ambiante (atmosphérique) qui change avec l'altitude [37]. La pression du jet sortant de la tuyère peut par conséquent être inférieure, égale ou supérieure à la pression ambiante (Figure 2.13).

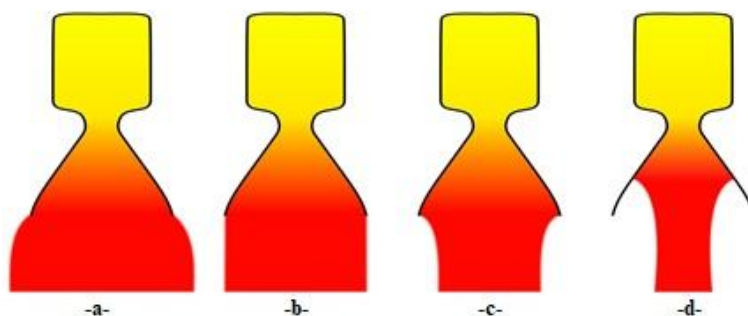


Figure 2.13: Régimes de détente dans une tuyère C-D De-Laval
(a) sous-détente ; (b) adaptation ; (c) sur-détente ; (d) sur-détente et décollement [32]

Le processus de détente au sein des tuyères est dans la plupart des cas bien approché par l'approche isentropique. Les principaux paramètres de performance pour des tuyères de propulsion seront par conséquent définis et exprimés en se basant sur l'approche de détente isentropique.

2.5.1: La poussée, T

La poussée délivrée par une tuyère est en fait le résultat de la conversion de l'énergie thermique prenant naissance dans la chambre de combustion en énergie cinétique à la section de sortie. Elle s'exprimera donc en fonction de masse des gaz éjectés, de leur vitesse d'éjection ainsi que de la différence de pression entre ces gaz et les conditions ambiantes (Figure 2.14):

$$T = \dot{m}V_s + (P_s - P_a)S_s \quad (2.19)$$

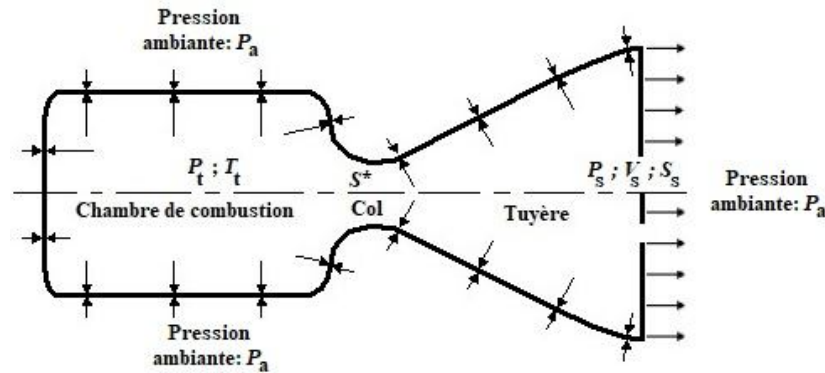


Figure 2.14: Schéma d'un moteur propulsif

La vitesse et la pression n'étant généralement pas constante le long de la section de sortie, une application de l'équation de conservation de la quantité de mouvement exprimera la poussée infinitésimale développée à travers une section annulaire d'épaisseur (dy) comme:

$$dT = [\rho V_s^2 + (P_s - P_a)] 2\pi y dy \quad (2.20)$$

permettant d'exprimer la poussée totale par l'intégration de la poussée infinitésimale le long de la section de sortie de la tuyère [38]:

$$T = \pi \sum_i [\rho_i V_{si}^2 + (P_{si} - P_a)] (y_s^{i+1} - y_s^i)^2 \quad (2.21)$$

2.5.2: La vitesse effective, V_{eff}

Un paramètre intéressant pourrait être exprimé en divisant la poussée (ce que nous voulons obtenir) par le débit massique (ce que nous devons 'payer' en fait car exprimant la consommation de combustible): c'est la vitesse effective de sortie qui s'exprime donc:

$$V_{eff} = \frac{T}{\dot{m}} \quad (2.22)$$

2.5.3: L'impulsion spécifique, I_{sp}

Le paramètre 'impulsion spécifique' peut être déduit de la vitesse effective. Effectivement, si la poussée et le débit massique sont assumés indépendants, on pourra écrire:

$$V_{eff} = \frac{T}{\dot{m}} = \frac{\int P \cdot dt}{\int \dot{m} \cdot dt} = \frac{I}{M_{combustible}}$$

Cette relation exprime en fait l'impulsion totale obtenue d'une unité de masse de combustible. Interprétée ainsi, ceci introduit un autre paramètre qui pourrait y être associé et qui est l'impulsion spécifique:

$$I_{sp} = \frac{V_{eff}}{g} = \frac{T}{\dot{m}g} \quad (2.23)$$

L'impulsion spécifique s'exprime en secondes c'est-à-dire que pour un engin à $I_{sp}=50s$, une masse unitaire de combustible générera une poussée capable de supporter son poids (de gravité g) pendant 50 secondes. Ceci revient au même de dire qu'une masse unitaire de combustible supportera 50 fois le poids de l'engin pendant 01 seconde.

Communément dénommé 'gaz kilométrage' relatif à un engin, il est généralement utilisé pour comparer les performances des combustibles utilisés pour la propulsion ([Tableau 2.2](#)).

Tableau 2.2: Valeurs typiques de (I_{sp}) pour divers types de propulsion [39]

Technologie	I_{sp} (s)	Vitesse d'éjection (m/s)
Fusion nucléaire	10.000 – 50.000+	98.000 – 490.000+
Propulsion électrique	1.000 – 10.000	9800 – 98.000
Fission nucléaire (thermique)	600 – 1000	5900 - 9800
Thermique par faisceau (micro-ondes/laser)	600 – 1000	5900 - 9800
Propulsion chimique bipropellant	200 - 500	2000 - 4900
Propulsion chimique monopropellant	100 - 250	980 - 2450
Propulsion à gaz froid	10 – 120	100 - 1150

2.5.4: La vitesse caractéristique, c^*

La vitesse caractéristique notée (c^*) est définie comme le rapport du produit de la pression totale par la section au col au débit massique, i.e.:

$$c^* = \frac{P_t S^*}{\dot{m}} \quad (2.24)$$

En exprimant le débit massique au col d'une tuyère amorcée (i.e. $M=1$ au col) et en se remémorant les relations isentropiques développées au Chapitre 1, il vient:

$$\dot{m} = \rho^* a^* S^* = \rho_t \left(\frac{\rho^*}{\rho_t} \right) a_t \left(\frac{a^*}{a_t} \right) S^* = \frac{P_t S^*}{\sqrt{\frac{RT_t}{\gamma}}} \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}} \quad (2.25)$$

L'équation précédente (2.25) permet d'exprimer la vitesse caractéristique en fonction uniquement de la section au col (S^*), des propriétés des gaz parfaits (R) et des conditions totales au sein de la chambre de combustion (P_t et T_t):

$$c^* = \frac{P_t S^*}{\dot{m}} = \sqrt{\frac{RT_t}{\gamma}} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (2.26)$$

L'intérêt de la vitesse caractéristique réside dans le fait que les paramètres qui l'expriment sont aisément mesurables ou calculables.

2.5.5: Le coefficient de poussée, C_p

La comparaison des trois derniers paramètres représentés par la vitesse effective (V_{eff}), l'impulsion spécifique (I_{sp}) et la vitesse caractéristique (c^*) montre qu'ils sont étroitement liés entre eux. En effet, on peut écrire:

$$c^* = \frac{P_t S^*}{\dot{m}} \approx \frac{T}{\dot{m}} = V_{eff} = g I_{sp}$$

Cette relation est mieux représentée par le paramètre de performance sans dimensions dénommé coefficient de poussée (C_T) qui peut être défini comme 'la poussée produite par un engin possédant une pression totale de sa chambre de combustion (P_t) et une section fluide utile représentée par la surface au col de sa tuyère amorcée (S^*) et qui s'exprime donc comme:

$$C_T = \frac{T}{P_t S^*} \quad (2.27)$$

Le coefficient de poussée peut être considéré comme la mesure de l'efficacité avec laquelle de la tuyère génère une poussée à partir de la pression totale de sa chambre de combustion. C'est donc un paramètre caractéristique de la détente des gaz dans la section divergente de la tuyère, et peut par conséquent être considéré comme particulièrement représentatif de la performance du contour de la section divergente supersonique. Pour un écoulement isentropique, il peut être démontré que le coefficient de poussée s'exprimera:

$$C_T = \frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}{M_s \sqrt{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_s^2}} \left(\gamma M_s^2 + 1 - \frac{P_a}{P_s} \right) \quad (2.28)$$

2.5.6: Rendement d'une tuyère: Coefficient de décharge (C_d) et Efficacité (η)

A cause principalement des effets de frottement, les performances réelles d'une tuyère sont généralement 'légèrement' différentes de celles déterminées sur la base de l'hypothèse d'un écoulement isentropique. Le coefficient de décharge noté (C_d) est introduit. Il est défini comme le rapport du débit actuel réel à celui isentropique:

$$C_d = \frac{\dot{m}_{réel}}{\dot{m}_{isentropique}} \quad (2.29)$$

En ce qui concerne l'engin, et étant donné que les pertes les plus importantes sont généralement associées au processus de combustion au sein de la chambre, les performances non idéales sont mesurées plus facilement et directement en termes de la vitesse caractéristique (c^*). Par conséquent, l'efficacité (η_{c^*}) est définie comme:

$$\eta_{c^*} = \frac{c_{mesurée}^*}{c_{idéale}^*} = \frac{P_t S^*}{\dot{m}_p c_{idéale}^*} \quad (2.30)$$

Avec: $c_{idéale}^* = \sqrt{\frac{RT_t}{\gamma} \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}}$ (2.31)

Chapitre3:

APPROCHE NUMERIQUE PAR CARACTERISTIQUES ET VOLUMES FINIS

3.1: INTRODUCTION

La simulation numérique est un outil puissant capable de résoudre des problèmes scientifiques et techniques, et joue un rôle important aussi bien dans certains aspects de la recherche fondamentale que dans des applications d'ingénierie (les mécanismes des écoulements turbulents en sont un exemple). La base de la simulation numérique est les méthodes numériques qui, avec le développement de la théorie mathématique et du matériel informatique, se sont développées résultant en la proposition de diverses méthodes numériques. Deux approches numériques sont appliquées dans la présente étude. Elles concernent:

1. La méthode des caractéristiques qui est une procédure appliquant une approche par différences finies afin de concevoir des tuyères supersoniques de propulsion. Les équations de forme hyperbolique qui décrivent les écoulements supersoniques se distinguent par le fait qu'il existe des directions caractéristiques de propagation dans le plan (x,y) d'un référentiel cartésien. Les variables dépendantes, le long de ces directions caractéristiques, doivent satisfaire une équation connue sous le nom d'équation de compatibilité.
2. La seconde approche est la plus couramment utilisée en analyse numérique: c'est la méthode des volumes finis (FVM). Développée à l'origine pour résoudre des problèmes de mécanique du solide, elle a depuis trouvé une large application dans presque tous les domaines de l'ingénierie ainsi qu'en CFD (Computational Fluid Dynamics). Son concept de base peut être considéré comme la division du domaine de calcul en petits domaines individuels (volumes finis) et la recherche de solutions locales qui satisfont l'équation différentielle dans la limite de ce domaine. En assemblant les solutions individuelles, une solution globale peut être obtenue.

3.2: LA METHODE DES CARACTERISTIQUES

La méthode des caractéristiques permet la réduction d'un système d'équations différentielles aux dérivées partielles en un système d'équations différentielles aux dérivées totales ordinaires plus facile à résoudre. Les calculs qu'elle entreprend sont réalisés le long de caractéristiques qui sont représentées par les lignes de Mach. Du point de vue physique, les caractéristiques représentent la direction de propagation d'une perturbation dans l'écoulement. D'un point de vue plus rigoureux, ce sont les courbes le long desquelles les équations différentielles aux dérivées partielles décrivant l'écoulement se réduisent en un opérateur interne représenté par une équation différentielle ordinaire: l'équation de compatibilité [38].

3.2.1: Détermination de l'équation caractéristique

En assumant l'écoulement isentropique, bidimensionnel, non-visqueux et irrotationnel, l'écoulement prenant place au sein d'une tuyère supersonique s'exprimera à

$$(u^2 - a^2) \frac{\partial u}{\partial x} + (v^2 - a^2) \frac{\partial v}{\partial y} + 2uv \frac{\partial u}{\partial y} - \delta \frac{a^2 v}{y} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (3.2)$$

$$a = a(u, v) \quad (3.3)$$

L'équation caractéristique est obtenue dans la première étape par la multiplication des équations (3.1) et (3.2) par des inconnues σ_1 et σ_2 qui après sommation deviennent:

$$\sigma_1 (a^2 - u^2) \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\sigma_1 (-2uv) - \sigma_2}{\sigma_1 (a^2 - u^2)} \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \sigma_2 \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\sigma_1 (a^2 - v^2)}{\sigma_2} \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \sigma_1 \frac{\delta a v^2}{y} = 0 \quad (3.4)$$

En assumant que les composantes du vecteur vitesse $u(x, y)$ et $v(x, y)$ sont des fonctions continues, on peut écrire:

$$\begin{cases} \frac{d u}{d x} = \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{d v}{d x} = \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v}{\partial y} \end{cases} \quad (3.5)$$

où: $\lambda = \frac{d y}{d x}$ représente la pente des courbes caractéristiques.

En faisant correspondre (3.4) et (3.5), il vient:

$$\begin{cases} \lambda = \frac{\sigma_1 (2uv) + \sigma_2}{(u^2 - a^2) \sigma_1} \\ \lambda = \frac{\sigma_1 (v^2 - a^2)}{-\sigma_2} \end{cases} \quad (3.6)$$

Qui peut être réécrite sous la forme:

$$\begin{cases} \sigma_1 \{ (u^2 - a^2) \lambda - 2uv \} + \sigma_2 (-1) = 0 \\ \sigma_1 (v^2 - a^2) + \sigma_2 \lambda = 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Pour que ce système possède une solution autre que la triviale, il faudrait que le déterminant de la matrice formée par les coefficients soit nul. Soit:

$$\begin{vmatrix} (u^2 - a^2) \lambda - 2uv & -1 \\ v^2 - a^2 & \lambda \end{vmatrix} = 0 = (u^2 - a^2) \lambda^2 - 2uv \lambda + (v^2 - a^2) = 0 \quad (3.8)$$

ce qui donne comme solution:

$$\lambda_{\pm} = \frac{\partial y}{\partial x}_{\pm} = \frac{uv \pm a^2 \sqrt{M^2 - 1}}{u^2 - a^2} \quad (3.9)$$

L'équation (3.9) définit deux courbes dans le plan (x,y) qui sont les caractéristiques. Elles sont réelles si $M > 1$. Une autre forme de cette équation fait intervenir des paramètres faciles à manipuler tels que le nombre de Mach, la vitesse $V = \sqrt{u^2 + v^2}$, l'angle représentant la direction de l'écoulement (θ) et l'angle de Mach (α). Introduisons ces paramètres.

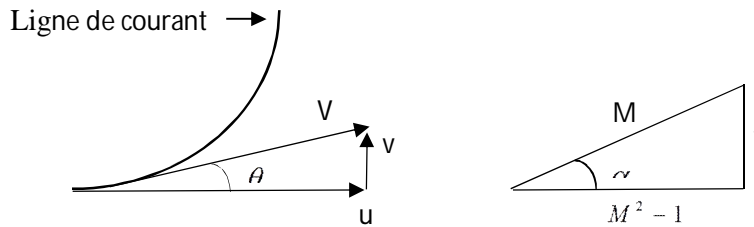


Figure 3.1: Illustration de la direction de l'écoulement et de l'angle de Mach

La figure 3.1 permet d'écrire:

$$u = V \cos(\theta) \quad ; \quad v = V \sin(\theta) \quad ; \quad \theta = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{v}{u}\right) \quad (3.10)$$

$$\alpha = \frac{1}{\sin\left(\frac{1}{M}\right)} \quad ; \quad M = \frac{V}{a} = \frac{1}{\sin(\alpha)} \quad ; \quad \sqrt{M^2 - 1} = \operatorname{cot} g(\alpha) \quad (3.11)$$

La substitution des équations (3.10) et (3.11) dans (3.9) permet d'obtenir l'expression de l'équation caractéristique qui s'exprime:

$$\lambda_{\pm} = \frac{dy}{dx}_{\pm} = \operatorname{tg}(\theta \pm \alpha) \quad (3.12)$$

Cette équation est illustrée par la figure 3.2 où les caractéristiques montantes et descendantes (C_+ et C_-) sont représentées.

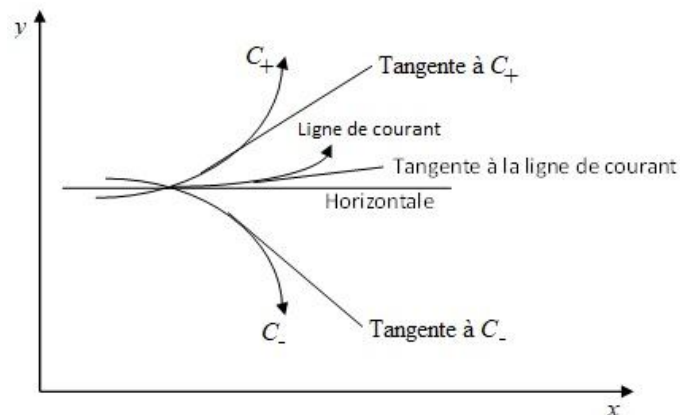


Figure 3.2: Illustration des caractéristiques

3.2.2: Détermination de l'équation de compatibilité

La substitution des équations (3.5) et (3.6) dans (3.4) permet d'aboutir à:

$$\sigma_1(u^2 - a^2)\frac{du}{dx} + (-\sigma_2)\frac{dv}{dx} - \sigma_1\frac{\delta a^2 v}{y} = 0 \quad (3.13)$$

En multipliant par (dx) , on obtiendra:

$$\sigma_1(u^2 - a^2)du - \sigma_2 dv - \sigma_1\frac{\delta a^2 v}{y}dx = 0 \quad (3.14)$$

L'équation (3.14) représente l'équation de compatibilité pour le système d'équations (3.1) et (3.2). Cette équation n'est valide que lorsque (λ) s'exprime grâce à l'équation (3.12). Il reste donc à déterminer les inconnues (σ_1) et (σ_2) . Pour cela, intéressons-nous à l'équation (3.7) qui implique:

$$\begin{cases} \sigma_2 = \sigma_1[(u^2 - a^2)\lambda - 2uv] \\ \sigma_2 = -\sigma_1\frac{(v^2 - a^2)}{\lambda} \end{cases} \quad (3.15)$$

En utilisant la première et en divisant par $\sigma_1 \neq 0$ dans l'équation (3.14), on aura:

$$(u^2 - a^2)du_{\pm} + [-(u^2 - a^2)\lambda_{\pm} + 2uv]dv_{\pm} - \left(\delta\frac{a^2 v}{y}\right)dx_{\pm} = 0 \quad (3.16)$$

L'équation de compatibilité (3.16) fournit deux équations différentielles liant les composantes de la vitesse (u) et (v) . Elle n'est valide que le long des caractéristiques C_+ et C_- définies par l'équation des caractéristiques (3.12).

3.2.3: Résolution des équations - Méthode des différences finies

L'application de la méthode des caractéristiques a permis de remplacer les équations aux dérivées partielles décrivant l'écoulement supersonique (3.1) et (3.2) par des équations aux différences totales appelées équations caractéristique et de compatibilité notées (3.12) et (3.16) respectivement. La résolution de ces dernières est obtenue en appliquant la technique des différences finies [38].

Le maillage qui sera mis en place approchera à chaque fois la portion de caractéristique représentée en Figure 3.2 reliant deux nœuds par un segment de droite. Les équations aux différences finies correspondant aux équations (3.12) et (3.16) sont obtenues en 'remplaçant' dx , dy , du et dv par les différences Δx , Δy , Δu et Δv . Par conséquent:

$$\begin{cases} (a)\Delta y_{\pm} = \lambda_{\pm}\Delta x_{\pm} & (d)Q = u^2 - a^2 \\ (b)Q_{\pm}\Delta u_{\pm} + R_{\pm}\Delta v_{\pm} - S_{\pm}\Delta x_{\pm} = 0 & (e)R = 2uv - (u^2 - a^2)\lambda \\ (c)\lambda_{\pm} = tg(\theta \pm \alpha) & (f)S = \delta\frac{a^2 v}{y} \end{cases} \quad (3.17)$$

Le domaine occupé par l'écoulement au sein de la section divergente de la tuyère peut être discrétisé en un certain nombre de nœuds (cf. Figure 3.3).

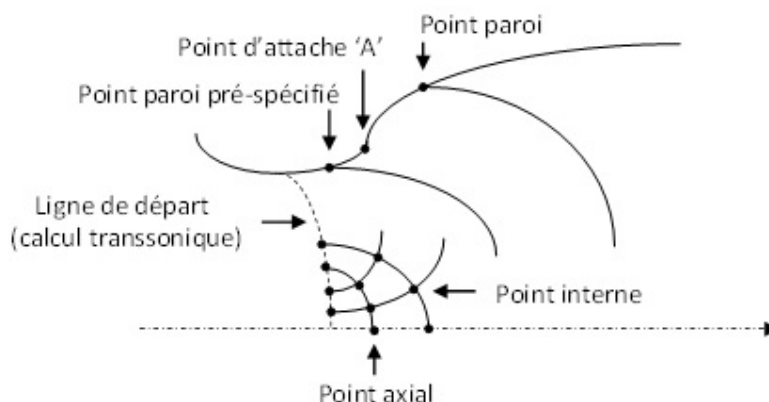


Figure 3.3: Illustration des différentes sortes de nœuds.

Il existe essentiellement trois sortes de nœuds:

1. Ceux situés à l'intérieur de l'écoulement (points internes),
2. Ceux situés sur l'axe de symétrie (points axiaux), et
3. Ceux situés sur la paroi qui sont de deux sortes:
 - ceux situés entre le col et le point d'attache où la détente est importante (points pré-spécifiés), et
 - ceux situés sur la portion du divergent après cette position (points parois).

La procédure de résolution diffère en fonction de ces positions. Elle est décrite dans le détail pour les points internes et cités pour les autres car pouvant être assimilés à des points internes et la procédure par conséquent y est similaire [38].

3.3: LA METHODE DES VOLUMES FINIS

La description des lois de la physique est généralement exprimée en termes d'équations aux dérivées partielles (EDP) dont une grande partie (aussi bien géométries que problèmes) ne peut pas être résolue avec des méthodes analytiques. Une approximation de ces équations, généralement basée sur différents types de discrétisations, est donc mise en place. Ces méthodes de discrétisation approchent les EDP avec des équations de modèles numériques pouvant être résolues à l'aide de méthodes numériques. Cette solution représente donc une approximation de la solution réelle des EDP.

La méthode des volumes finis (FVM) est l'une des méthodes utilisée pour calculer ces approximations. Elle est la méthode la plus flexible car pouvant être adaptée à un large éventail de problèmes numériques. Cela fait d'elle un outil universel pour résoudre numériquement les équations différentielles.

Le logiciel utilisé dans la présente étude applique l'approche par volumes finis. C'est le logiciel Fluent présent sous plateforme Ansys.

3.3.1: L'outil de simulation 'Gambit'

'Gambit' est un logiciel qui permet de créer des maillages pouvant être utilisés lors des calculs appliquant le solveur tel que 'Fluent' utilisé dans cette étude. C'est donc un prétraitement au logiciel de simulation. Il permet de générer un maillage structuré ou non structuré en coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques ou axisymétriques. Il peut aussi réaliser des maillages complexes en deux ou trois dimensions avec des mailles de type rectangle ou triangulaire [40].

'Gambit' possède une interface facile à manipuler constituée de plusieurs fenêtres d'outils d'opération destinées essentiellement à :

1. construire la géométrie,
2. générer le maillage, et
3. intégrer les conditions aux limites.

La figure 3.4 illustre la fenêtre représentant la page de menu de 'Gambit'. Elle est constituée d'un menu principal, d'un autre secondaire et enfin d'un menu d'affichage. La figure 3.5 présente une représentation de son menu principal.

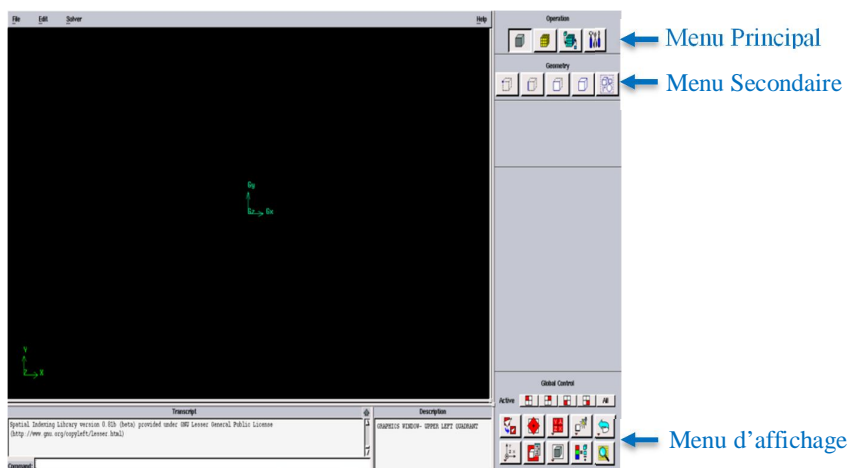


Figure 3.4: Vue globale de Gambit

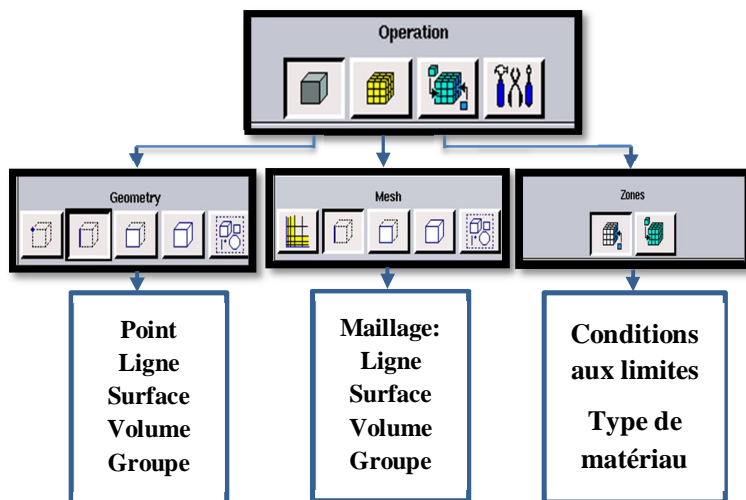


Figure 3.5: Menu principal de Gambit

Une fois la géométrie créée et les conditions au limites définies, le maillage peut alors être exporté en forme (.mesh) afin d’être lu par ‘Fluent’ (cf. [Figure 3.6](#)).



Figure 3.6: Fenêtre d’exportation du maillage

3.3.2: Le logiciel de calcul ‘Fluent’

‘Fluent’ est un logiciel de simulation et de modélisation des écoulements fluides qu’ils soient compressibles ou incompressibles pour des géométries complexes bidimensionnelles et tridimensionnelles impliquant des phénomènes physiques complexes tels que: la turbulence, le transfert thermique, les réactions chimiques, les écoulements multi phases, la cavitation, les écoulements dans les moteurs thermique et les machines tournantes [41]. Le logiciel importe les maillages structuré ou non structuré générés par l’outil de maillage Gambit’ et résout les problèmes d’écoulement présentés. Toutes les fonctions nécessaires pour calculer les solutions et afficher les résultats sont accessibles de manière simple via son menu principal ([Figure 3.7](#)).



Figure 3.7: Vue globale de Fluent

La première étape à accomplir au démarrage de ‘Fluent’ est de spécifier la dimensionnalité du problème i.e. en 2D ou 3D ([Figure 3.8](#)) et la précision i.e. en simple ou double précision.

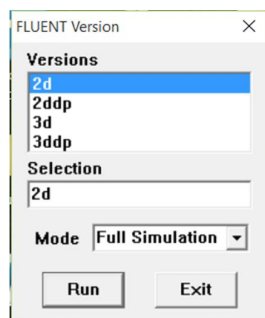


Figure 3.8: Fluent Version avec un choix 2D

3.3.3: Les divers menus de 'Fluent' appliqués

Plusieurs menus doivent être appliqués afin de procéder aux calculs.

3.3.3.1: Le Menu 'File': Importer le maillage

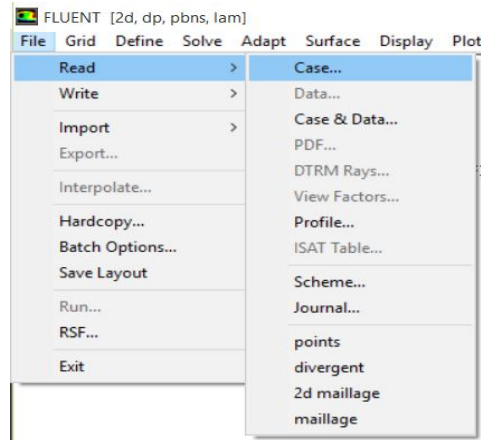


Figure 3.9: Menu 'File'

3.3.3.2: Le Menu 'Grid': Vérifier le maillage

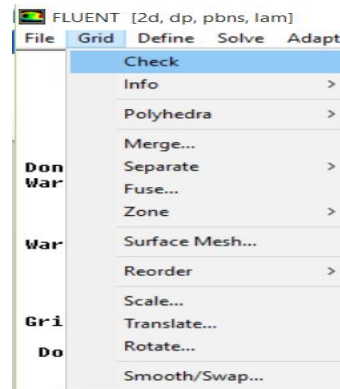


Figure 3.10: Menu 'Grid'

3.3.3.3: Le Menu 'Define'

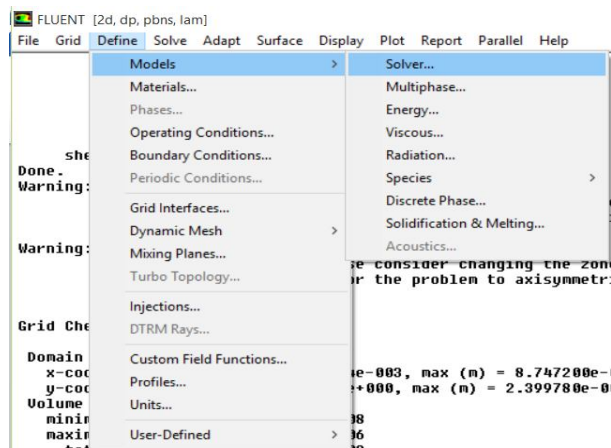


Figure 3.11: Menu 'Define'

Etape 1: Sélection de la solution du solveur

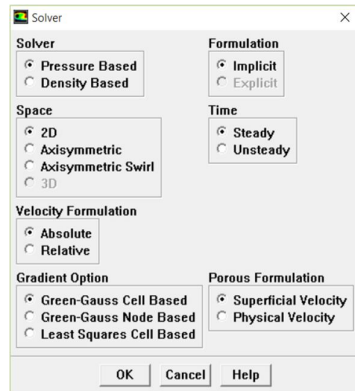


Figure 3.12: Solver

Etape 2: Choix des équations de base à résoudre: laminaire-turbulent-visqueux-non visqueux

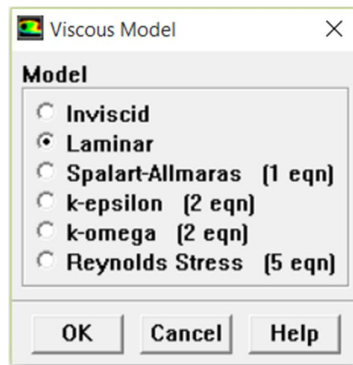


Figure 3.13: Modèle visqueux

Etape 3: Sélection de l'équation de l'énergie

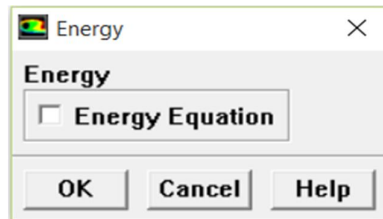


Figure 3.14: Equation de l'énergie

Etape 4: Spécifications des propriétés du matériau

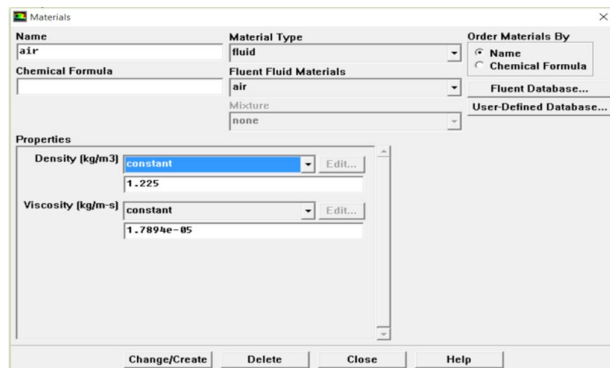


Figure 3.15: Propriétés du matériau

Etape 5: Définition des conditions de fonctionnement

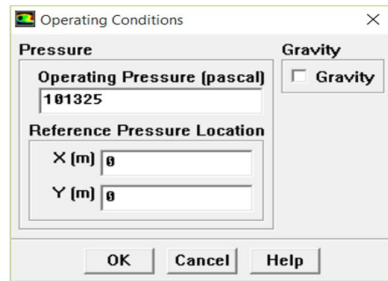


Figure 3.16: Operating conditions (Operating pressure)

Etape 6: Définition des conditions aux limites

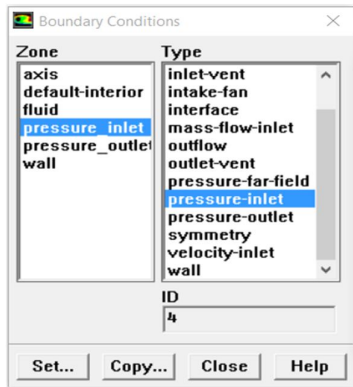


Figure 3.17: Boundary conditions (Pressure at inlet)

3.3.3.4: Le Menu 'Solve'

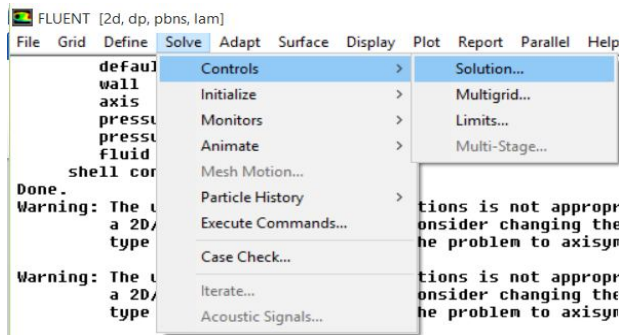


Figure 3.18: Solver menu

Etape 1: Ajustement des paramètres de contrôle de la solution

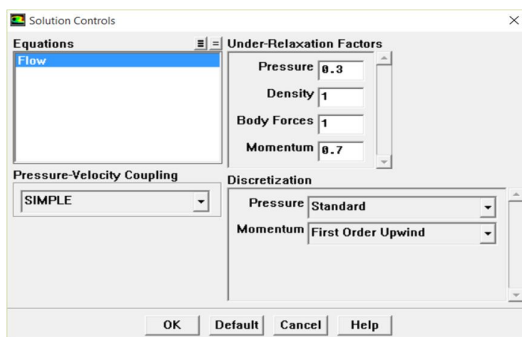


Figure 3.19: Solution control

Etape 2: Initialisation du champ d'écoulement

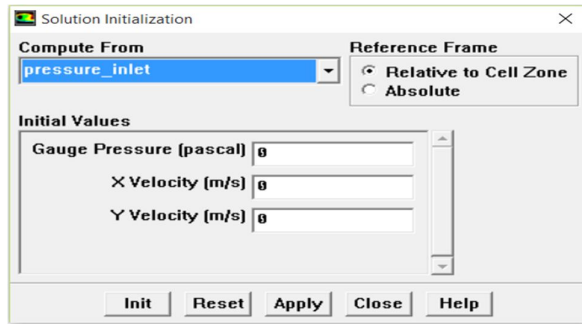


Figure 3.20: Solution initialization

Etape 3: Définition de la solution résiduelle

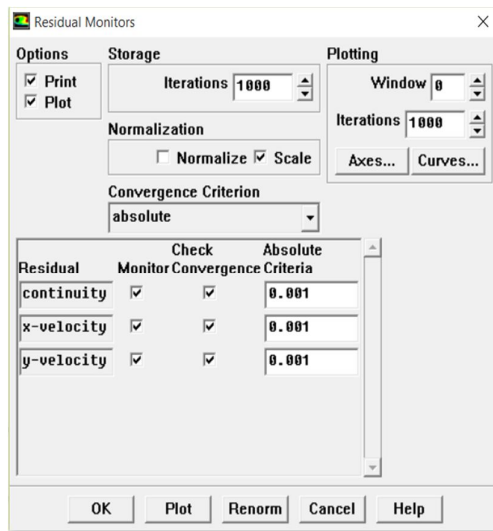


Figure 3.21: Monitoring residuals

Etape 4: Lancer des calculs (itérations)

3.3.3.5: Le Menu 'Display-Plot-report'

'Fluent' dispose aussi d'un outil de graphisme pour l'affichage des résultats et leur exploitation.

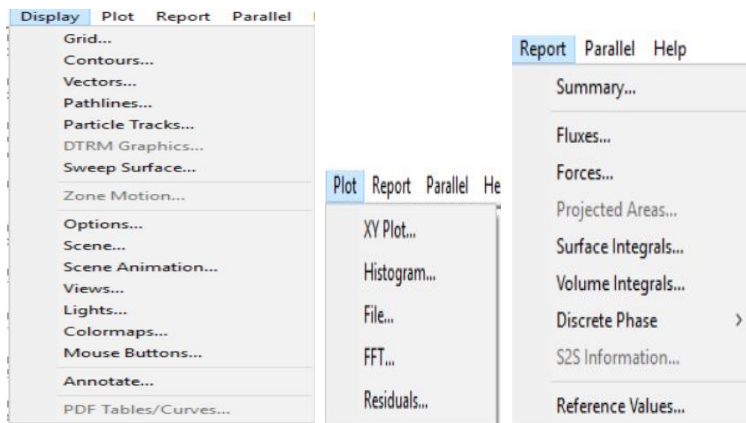


Figure 3.22: Display-Plot-report

Chapitre4: APPLICATION-CAS D'ETUDE

4.1: INTRODUCTION

Le présent cas d'étude est représenté par une tuyère supersonique de type contour simple galbe. L'application de la méthode des caractéristiques, intégrée à un logiciel local développé en langage Fortran, permettra la conception de la section divergente supersonique sur la base des données géométriques et thermodynamiques proposées. Le profil conçu ainsi que les paramètres de performance développés seront comparés à ceux obtenus par une application semblable réalisée au sein de l'Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales de l'Université Saad Dahlab, Blida1 [42].

Ce profil initial sera tronqué à une section droite déterminée, et les calculs réappliqués sur le nouveau profil tronqué obtenu. Les profils des Mach et pression recueillis seront comparés à ceux obtenus grâce à l'application de l'approche par volumes finis simulée grâce au mailleur 'Gambit 2.4.6' et le solveur 'Fluent 6.3.26'.

4.2: CAS D'ETUDE

La tuyère étudiée est une tuyère idéale de type contour dont le profil transsonique est assumé constitué de deux arcs de cercle reliés au col de rayons de courbure différents notés (R_{tu}) et (R_{td}). L'arc de cercle aval est rattaché tangentiellement au point d'attache (noté A) à un contour simulé par un polynôme du second degré (cf. Figure 4.1).

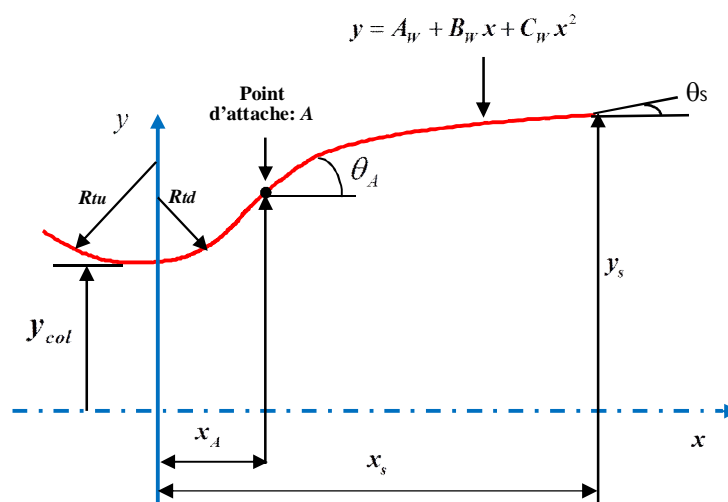


Figure 4.1: Contour supersonique de la tuyère

4.2.1: Données géométriques et thermodynamiques

Le lancement des calculs de l'écoulement supersonique au sein de la section divergente nécessite la connaissance d'un certain nombre de paramètres ou données initiales qui doivent être définis par l'utilisateur. Elles sont essentiellement de deux sortes:

1. Données thermodynamiques : Ce sont les données décrivant l'état de stagnation de l'écoulement. Elles sont principalement représentées par les valeurs de la pression et de la température de stagnation (i.e. dans la chambre de combustion située en amont de la section convergente).
2. Données géométriques de la tuyère : Elles permettent de décrire la forme géométrique de la tuyère et sont représentées par les valeurs des rayons de courbure en amont (R_{tu}) et aval du col (R_{td}) ainsi que celles des rayons au col (y_{col}) et la longueur du divergent (x_s) et enfin des angles d'attache (θ_A) représentant l'angle maximal de la section divergente et de sortie (θ_S).

Pour le cas d'étude actuel, elles sont égales à [42]:

$$\begin{cases} P_a = 1,013 \text{ bars} \\ P_t = 30 \text{ bars} \\ T_t = 330 \text{ K} \\ \gamma = 1,4 \end{cases} \quad \begin{cases} y_{col} = 0,01 \text{ m} \\ R_{tu} = 0,03 \text{ m} \\ R_{td} = 0,03 \text{ m} \\ R = 280 \text{ J / kgK} \end{cases} \quad \begin{cases} \theta_A = 15^\circ \\ \theta_S = 0^\circ \\ x_s = 0,109341 \text{ m} \end{cases}$$

4.3: SIMULATION - TUYERE IDEALE - METHODE DES CARACTERISTIQUES

4.3.1: Résultats géométriques et comparaisons

L'application de la procédure numérique des caractéristiques a engendré le profil de la tuyère en termes de son rayon à la sortie (y_s), les coordonnées du point d'attache (x_A, y_A) et des coefficients du polynôme du second degré (A_w , B_w et C_w) décrivant le profil supersonique. Ces résultats sont comparés à ceux produits par une étude sur la même tuyère réalisée au sein de l'Institut d'Aéronautique et Techniques Spatiales de l'Université de Blida-1 et présentés en [tableau 4.1](#) ci-dessous [42].

Tableau 4.1: Comparaison des profils, Tuyère idéale

Profil obtenu	Profil IAS-U. Blida [42]
$x_A=0.00776 \text{ m}$	$x_A=0.007764 \text{ m}$
$y_A=0.01102 \text{ m}$	$y_A=0.011022$
$A_w=0.00886$	$C_w=0.00885$
$B_w=0.28843$	$B_w=0.29115$
$C_w= -1.31895$	$A_w= -1.51646$
$y_s=0.02463 \text{ m}$	$y_s=0.022919 \text{ m}$

Les profils obtenus sont représentés en [Figure 4.2](#). Il est remarqué que les deux profils sont similaires au début de la détente jusqu'à la moitié de la longueur (au point $x=0,05m$) où ils se séparent. Ceci est dû essentiellement à la différence des résultats obtenus en termes des coefficients du polynôme décrivant la section divergente (cf. [Tableau 4.1](#)).

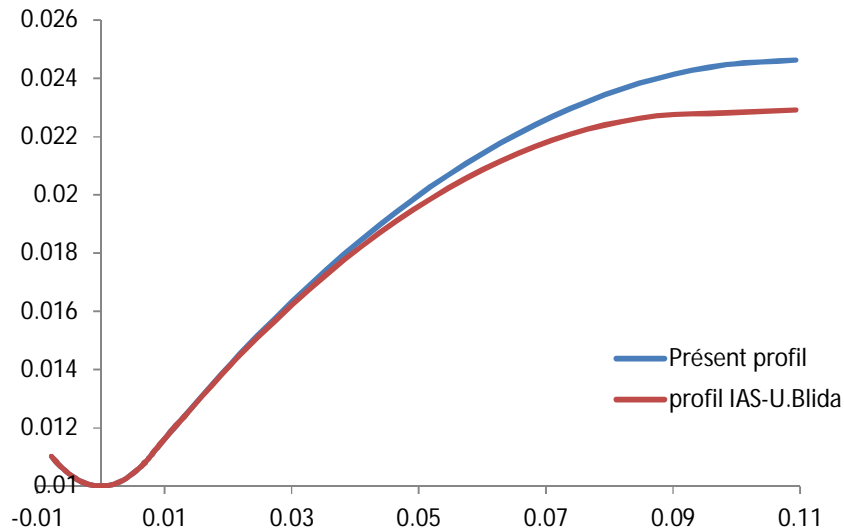


Figure 4.2: Comparaison des profils de la section divergente

4.3.2: Résultats – Performances et comparaisons

Les caractéristiques de performance sont déterminées grâce aux relations dérivées en Chapitre 2. Les résultats obtenus sont présentés dans le [tableau 4.2](#) et comparés à ceux publiés par l'IAS de l'Université de Blida [\[42\]](#).

Tableau 4.2: Comparaison des performances, Tuyère idéale

Critères de performance	Profil obtenu	Profil IAS-U. Blida [42]	Erreur (%)
Poussé développée, T (N)	1513,01	1433,39	5,5
Débit massique, \dot{m} (kg/s)	2,013	2,139	6,2
Coefficient de poussée, C_T	1,61	1,52	5,9
Vitesse effective, V_{eff} (m/s)	751,62	670,12	12,1
Mach de sortie, M_s	3,24	3,37	4,0
Impulsion spécifique, I_s (s)	71,267	68,32	4,3

4.3.3: Résultats – Profils Mach et pression

L'évolution de la pression le long de la paroi et de la ligne centrale de la tuyère est représentée sur la [figure 4.3](#). Il est remarquable que la détente se réalise d'une manière assez

importante juste après le col (i.e. entre le col et le point d'attache où l'angle de détente est maximal) pour se stabiliser par la suite.

La détente le long de la paroi chute abruptement près du col pour venir se stabiliser ensuite et se confondre avec celle de la ligne centrale.

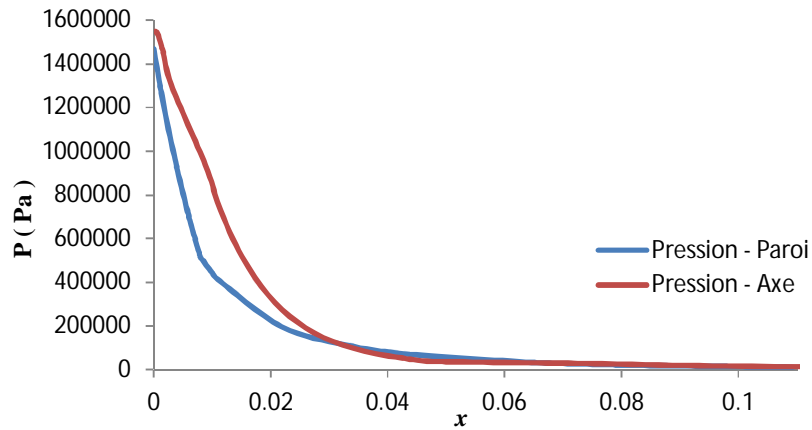


Figure 4.3: Evolution de la pression le long de la paroi et de la ligne centrale

L'évolution du nombre de Mach le long de la paroi et de la ligne centrale est représentée sur la [figure 4.4](#). Il peut aussi être remarqué l'évolution rapide du nombre de Mach immédiatement après le col. Plus loin de celui-ci, il continue cependant à augmenter mais moins rapidement pour atteindre sa valeur à la sortie.

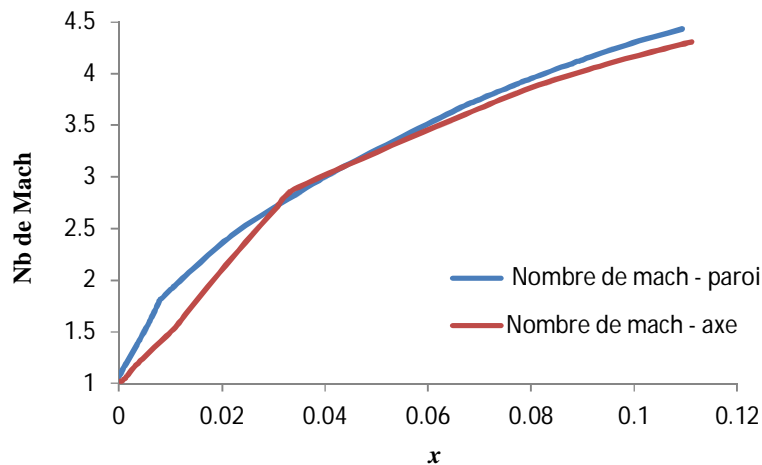


Figure 4.4: Evolution du nombre de Mach le long de la paroi et de la ligne centrale

4.4. TRONCAGE DE LA TUYERE A 20%

La masse de la tuyère conçue est trop importante pour espérer une impulsion spécifique intéressante du moteur auquel elle sera intégrée. Une approche simple mais efficace qui entrainerait une diminution de son poids sans trop altérer sa poussée serait de la tronquer Ceci entrainerait une divergence de l'écoulement à la sortie associé à une perte de pression axiale compensée par la diminution du poids qu'entrainerait cette opération. Une

troncature à 20% a été rapportée comme le meilleur compromis entre perte de poussée et gain en poids [42].

4.4.1: Profil de la tuyère à Contour Idéal Tronqué - TIC

Les mêmes données géométriques et thermodynamiques de la tuyère idéale précédente sont gardées (cf. [paragraphe 4.2.1](#)). L'opération de troncature diminuera la longueur et par conséquent l'angle de sortie qui deviendront:

$$\begin{cases} \theta_s = 0^\circ \\ x_s = 0,109341m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta_s = 3,3^\circ \\ x_s = 0,08747m \end{cases}$$

L'application de la procédure numérique des caractéristiques telle qu'appliquée auparavant [42] engendrera un rayon à la sortie de:

$$y_s = 0,02463m \Rightarrow y_s = 0,02400m$$

Le profil de la tuyère TIC ainsi obtenu est représenté en [Figure 4.5](#). Il est comparé à celui original concernant la tuyère idéale.

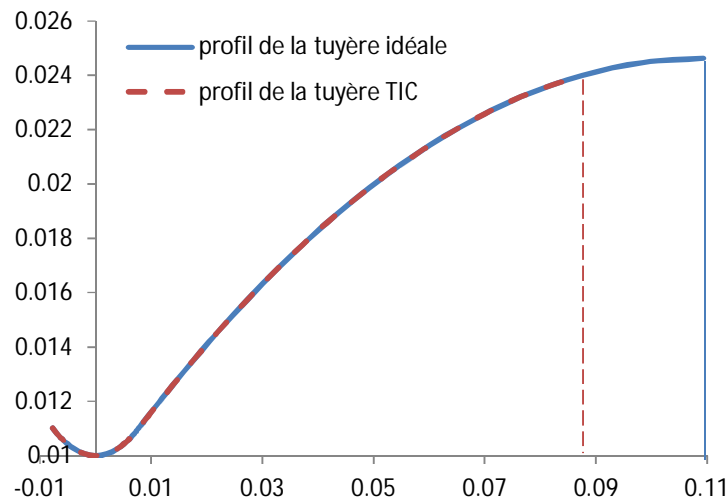


Figure 4.5: Profils des tuyères idéale et à Contour Idéal Tronqué - TIC

4.5: SIMULATION-TUYERE TRONQUEE-METHODE DES CARACTERISTIQUES

4.5.1: Profils de la pression

L'évolution des pressions est représentée en [figure 4.6](#). Les mêmes remarques concernant le profil idéal peuvent être faites dans le présent cas. La détente se réalise d'une manière abrupte près du col. Elle est plus pondérée après le point d'attache, le profil tendant à 'diriger' l'écoulement dans la direction de la ligne centrale afin de maximiser la poussée dans cette direction.

Les deux courbes de détente, i.e. le long de la paroi et la ligne centrale, se rejoignent près de la sortie pour avoir une pression constante le long de surface droite de sortie.

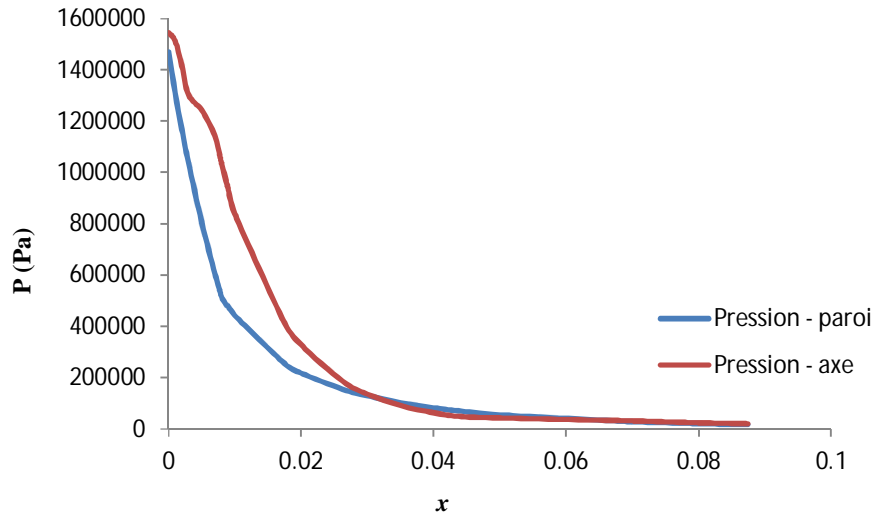


Figure 4.6: Evolution de la pression le long de la paroi et de la ligne centrale de la tuyère TIC

4.5.2: Profils du nombre de Mach

L'évolution du nombre de Mach le long de la paroi et de la ligne centrale de la tuyère TIC est représentée sur la [figure 4.7](#). Une augmentation abrupte du Mach est remarquée juste après le col. Plus loin de celui-ci, l'évolution est stabilisée et les deux profils se rejoignent à la section droite de sortie.

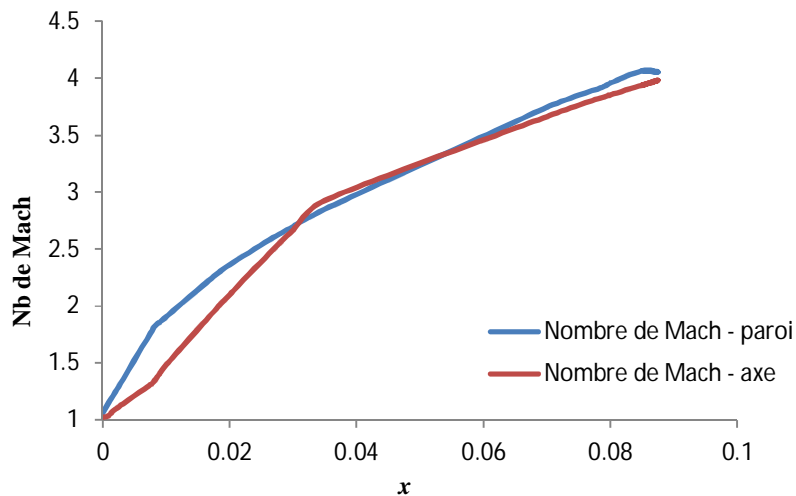


Figure 4.7: Evolution du nombre de Mach le long de la paroi et de la ligne centrale de la tuyère TIC

4.6. SIMULATION-TUYERE TRONQUEE-METHODE DES VOLUMES FINIS-2D

Une simulation de l'écoulement supersonique est réalisée en appliquant le logiciel 'Fluent 6.3.26' qui utilise une approche par volumes finis. La tuyère a dessinée et son maillage produit par application de 'Gambit 2.4.6' (cf. [Figure 4.8](#)).

Le profil de la tuyère complète a été généré. La section convergente possède un rôle important sur celle transsonique et doit être conçue afin d'arriver à des écoulements supersoniques juste après le col. Le convergent a été produit par application de la méthode de

Rao [43] qui l'intègre à l'arc de cercle de rayon (R_{tu}) en amont du col. Une conséquence de travaux expérimentaux, l'approche de Rao a permis la conception du profil de la section convergente sur la base du rayon au col tel que:

$$\begin{cases} x = 1,5 y_{col} \cos(\theta) \\ y = 1,5 y_{col} \sin(\theta) + 2,5 y_{col} \end{cases} \quad (4.1)$$

avec: $-130^\circ \leq \theta \leq -90^\circ$

Les calculs réalisés par l'auteur ont permis la conception du profil de la section convergente qui sera liée à la section divergente formant ainsi la tuyère convergente-divergente (Tableau 4.3)

Tableau 4.3: Profil de la section convergente

θ	x	y	θ	x	y
-90	0	0.01	-115	-0.0063392739	0.0114053832
-95	-0.0013073361	0.0100570795	-120	-0.0075	0.0120096189
-100	-0.0026047227	0.0102278837	-125	-0.0086036465	0.0127127193
-105	-0.0038822857	0.0105111126	-130	-0.0096418141	0.0135093334
-110	-0.0051303021	0.0109046107			

Un maillage de 12500 éléments dont 250 dans la direction axiale (x) et 50 le long de la direction radiale (y). Le maillage est raffiné au col où les gradients des paramètres sont importants et près de la paroi solide (Figure 4.8).

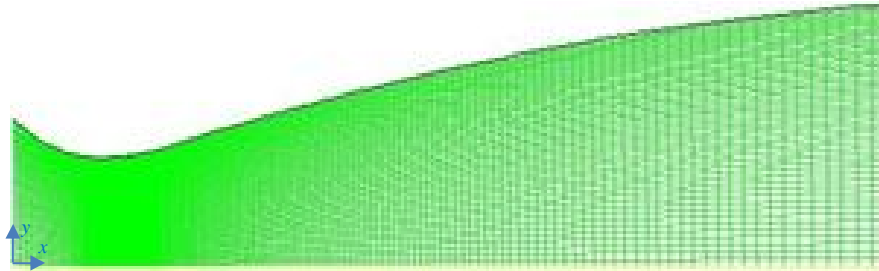


Figure 4.8: Maillage de la tuyère complète

Le tableau 4.3 résume les paramètres choisis pour lancer la simulation qui aboutira aux résultats représentés ci-dessous en termes d'évolution des pressions et nombres de Mach.

Tableau 4.4: Paramètres de simulation

Solveur	Density based
Propriété	Gaz idéal
Modèle de viscosité	k- ω
La pression de l'opération	0
Conditions aux limites-entrée	3000000 Pa / 330 K
Conditions aux limites -sortie	101300 Pa
Résidus	10^{-6}

4.6.1. Contour et évolutions de la pression le long de la paroi et de l'axe central

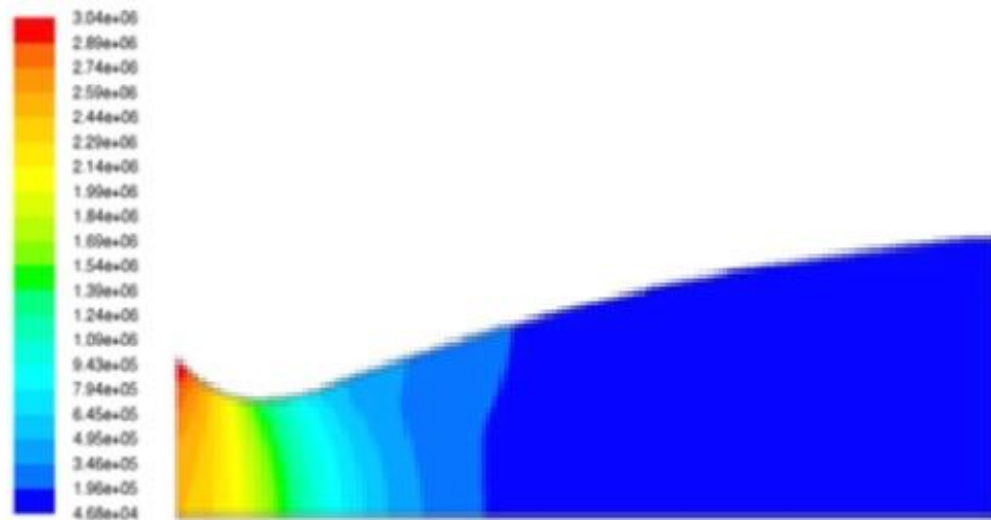


Figure 4.9: Contour de la pression le long de la tuyère complète

La figure 4.9 représente les contours de la pression le long de sections droites le long de la tuyère tronquée. Il est remarquable que la pression diminue d'une manière uniforme le long de la tuyère. Une diminution importante représentant par conséquent un fort gradient de pression est notée juste après le col (en vert sur la figure 4.9). Ce gradient diminue et la pression se stabilise dans les sections droites avoisinantes en aval, l'écoulement ayant tendance plutôt à reprendre une direction axiale du fait de la diminution de l'angle de divergence pour s'éjecter dans une direction la plus parallèle possible de la ligne centrale et résulter en un maximum de poussée dans cette direction.

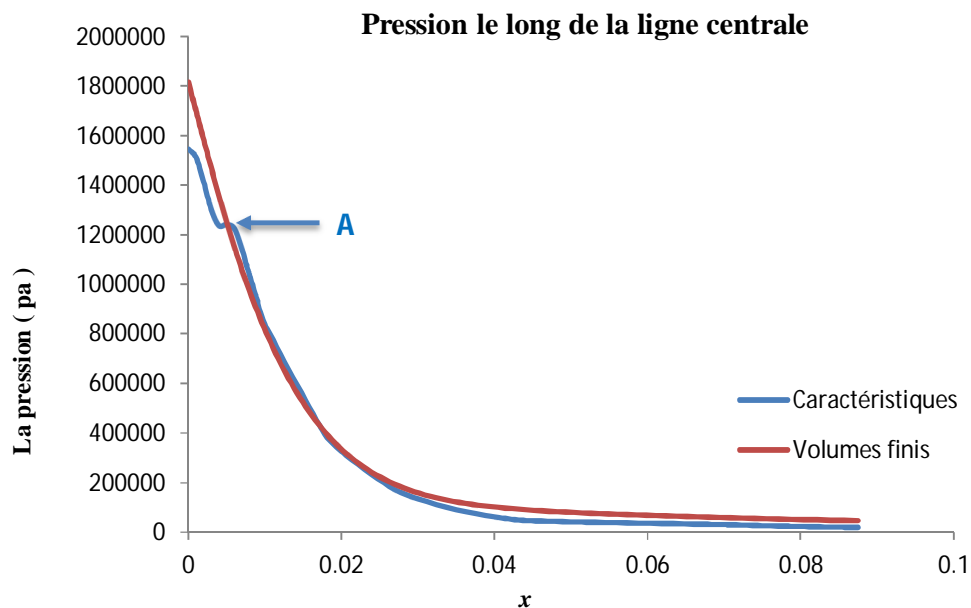


Figure 4.10: Evolution de la pression le long de la ligne centrale de la tuyère complète

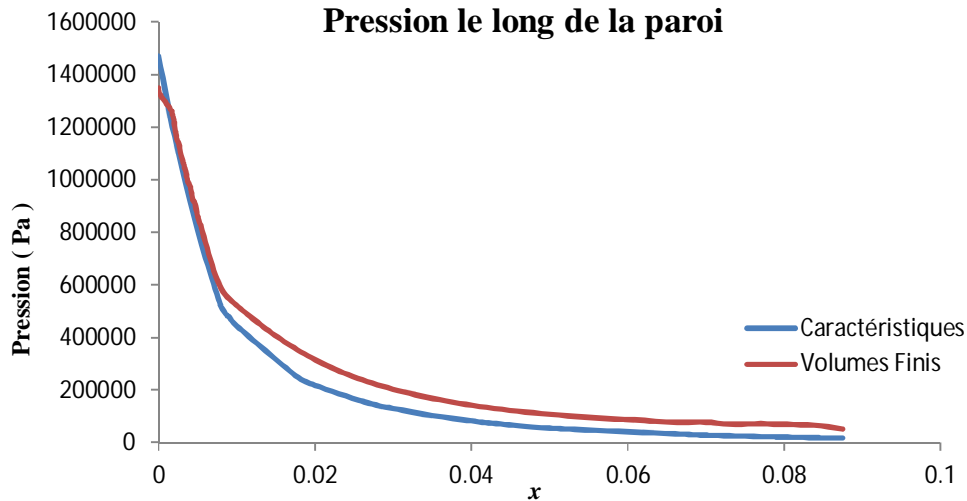


Figure 4.11: Evolution de la pression le long de la paroi de la tuyère complète

La détente se réalisant le long de l'axe central et de la paroi sont représentées en Figures 4.10 et 4.11. Il est remarquable que, immédiatement en aval du col, la détente le long de la paroi se fait plus abruptement que celle le long de la ligne centrale et ceci est dû à l'angle de divergence de la paroi important en ces sections. Les sections plus en aval montrent une stabilisation de la détente et sa tendance vers celle de la sortie.

La détente le long de la ligne centrale montre un point de discontinuité noté 'A' (Figure 4.10). Il ne figure qu'uniquement sur la courbe représentant les calculs entrepris par l'approche des caractéristiques. Il représente le passage de la détente de l'arc de cercle situé en aval du col vers le profil polynomial, et montre par conséquent le caractère réel de la détente sachant que la méthode des caractéristiques (comme son nom l'indique) entreprend ses calculs le long des caractéristiques qui sont représentées par les lignes de Mach dans le cas particulier des écoulements supersoniques étudié. Ce point de discontinuité n'apparaît pas sur la courbe de détente le long de la paroi car en ce point, les lignes de Mach sont soit confondues soit partent ensemble. Une autre raison pourrait être l'influence de la paroi.

4.6.2. Contour et évolutions du Mach le long de la paroi et de l'axe central

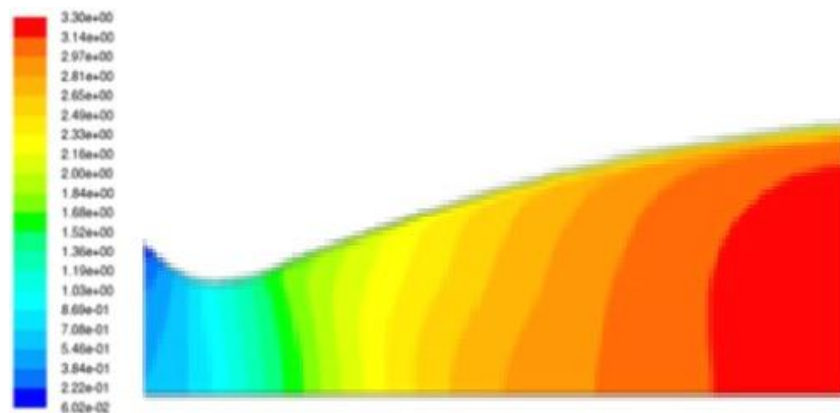


Figure 4.12: Contour du Mach le long de la tuyère complète

La [figure 4.12](#) représente les contours du nombre de Mach le long de sections droites le long de la tuyère tronquée. Une augmentation de ce nombre peut être suivie à partir du début de la section convergente au col où il atteint l'unité pour entamer la détente supersonique au sein du divergent. Des commentaires analogues à ceux réalisés pour la pression (§ 4.6.1) peuvent être présentés, la détente de la pression correspondant à une augmentation de la vitesse de l'écoulement et par conséquent de son nombre de Mach.

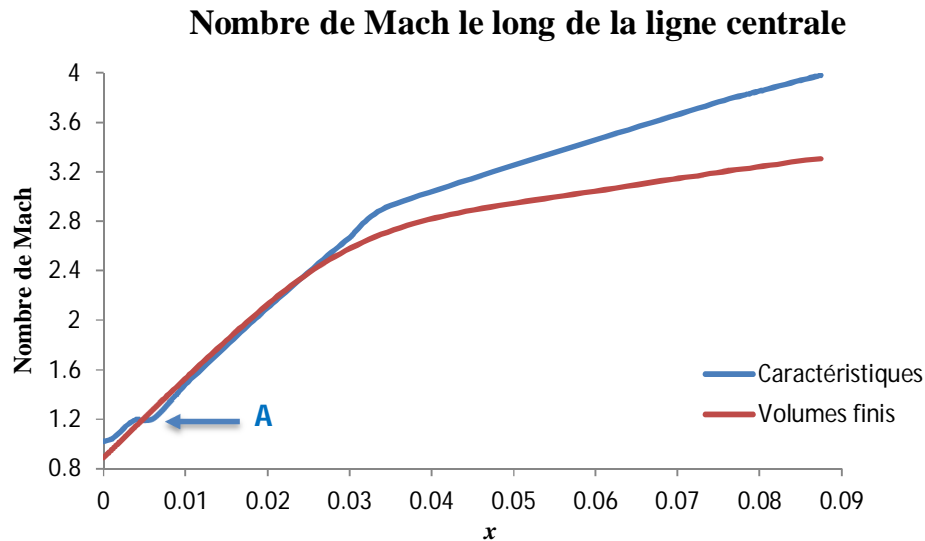


Figure 4.13: Evolution du Mach le long de la ligne centrale de la tuyère complète

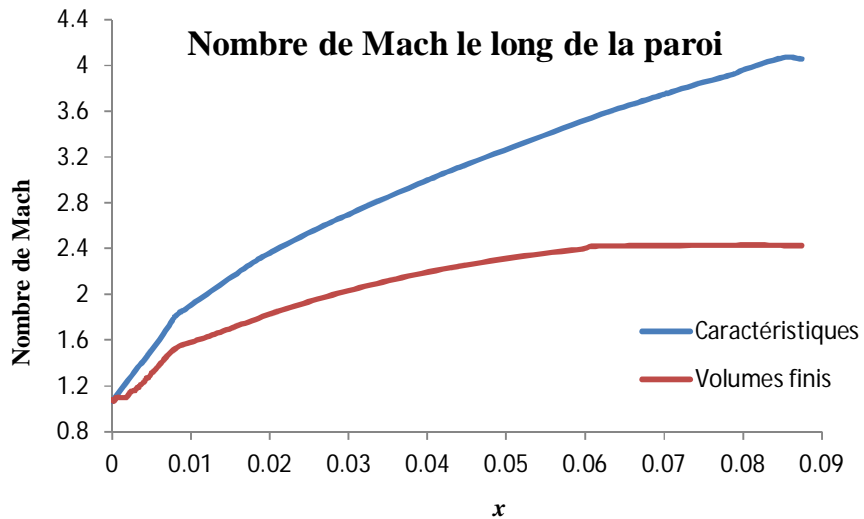


Figure 4.14: Evolution du Mach le long de la paroi de la tuyère complète

Les évolutions du nombre de Mach le long de la ligne centrale et de la paroi déterminées par l'application de la méthode des caractéristiques et la méthode des volumes finis sont représentées en [Figures 4.13 et 4.14](#) respectivement. La disparité remarquée en

Figure 4.10, notée 'A', montrant l'évolution de la pression le long de la ligne centrale est aussi présente en Figure 4.13 où le Mach évolue, dans un premier temps, d'une manière concordante pour les deux approches avant de montrer une disparité de l'ordre de 20%. Les résultats obtenus par l'approche des caractéristiques le long des lignes de Mach et montrant par conséquent le caractère réel de la détente, l'attention devrait se porter sur ceux donnés par l'approche des volumes finis. Des calculs supplémentaires devraient être entrepris en s'intéressant aux paramètres traitant la détente à la paroi solide ou encore en raffinant le maillage particulièrement aux Mach importants.



CONCLUSIONS

Le présent travail est consacré à la conception et la simulation de l'écoulement supersonique se tenant au sein d'une tuyère contour à simple galbe. Il est initié grâce à une présentation succincte de la théorie inhérente aux tuyères convergentes-divergentes et de leurs applications, des approches de conception de telles géométries et de simulation des écoulements qui y prennent place ainsi que des paramètres de performance qui leur sont spécifiques.

L'application de la méthode des caractéristiques a permis la conception de la section divergente supersonique sur la base des données géométriques et thermodynamiques proposées de la tuyère idéale et de celle tronquée. Le profil conçu ainsi que les paramètres de performance de la tuyère idéale seront comparés à ceux obtenus par une application semblable réalisée à l'IAES de l'Université Blida1. Les résultats inhérents à la tuyère tronquée seront quant à eux comparés à ceux résultant de l'application de l'approche par volumes finis simulée grâce au mailleur 'Gambit 2.4.6' et le solveur 'Fluent 6.3.26'.

Le travail réalisé et les comparaisons effectués en termes de résultats obtenus grâce à l'application des méthodes des caractéristiques sur la tuyère idéale, et à ceux engendrés par l'application d'une approche par volumes finis ont indiqué qu'il existe une bonne concordance entre les performances obtenues par caractéristiques et volumes finis et ont permis d'atteindre les conclusions suivantes:

1. Concernant le profil idéal de la tuyère:

- 1.1. Les deux profils obtenus concernant la tuyère idéale sont similaires au début de la détente jusqu'à la moitié de la longueur (au point $x=0,05m$) où ils se séparent. La similarité initiale est due au fait que la détente en aval immédiat du col est régie par le contour en arc de cercle (R_{id}) tandis que celle postérieure est contrôlée par le profil polynomial. Par conséquent, la différence montrée est essentiellement due à la différence des résultats obtenus en termes des coefficients du polynôme décrivant la section divergente.
- 1.2. Les caractéristiques de performance obtenues grâce aux relations dérivées pour un écoulement isentropique concordent avec ceux publiés par l'IAS de l'Université de Blida-1. Des erreurs de 5,9% et 4,3% ont été enregistrées pour le coefficient de poussée et l'impulsion spécifique respectivement.
- 1.3. En termes d'évolution de la pression le long de la paroi et de la ligne centrale, il est constaté une détente se réalisant d'une manière assez importante juste après le col (i.e. entre le col et le point d'attache où l'angle de détente est maximal) pour se stabiliser par la suite. la chute de pression dans le cas de la paroi est nettement plus abrupte près du col. Elle se stabilisera par la suite pour venir se confondre avec celle de la ligne centrale sous l'effet de la pression ambiante. L'évolution du nombre de Mach est

similaire à celle de la pression. En effet, une augmentation rapide du nombre de Mach prend place immédiatement après le col qui, et continue à augmenter mais moins rapidement pour atteindre sa valeur à la sortie.

2. Concernant le profil tronqué de la tuyère - TIC:

2.1. Un profil de la tuyère complète a été généré. La section divergente a été générée grâce à la méthode des caractéristiques tandis que celle convergente l'a été par application de la méthode de Rao et intégrée à l'arc de cercle de rayon en amont du col. Un maillage de 12500 éléments a été produit et raffiné au col et près de la paroi solide. Les contours en termes de pression et de Mach ont été générés et montré une détente sans onde de choc le long du divergent. Une diminution assez importante de la pression accompagnée d'une augmentation du Mach est notée juste après le col tendant à se stabiliser en aval avec la diminution de l'angle de divergence.

2.2. Les profils de pression générés par les deux approches sont comparés aussi bien le long de l'axe central que le long de la paroi solide. Les résultats sont très proches. Néanmoins, la détente le long de la ligne centrale représentant les résultats de la méthode des caractéristiques montre un point de discontinuité représentant le passage de la détente de l'arc de cercle situé en aval du col vers le profil polynomial. Il montre le caractère réel de la détente car déterminé le long des caractéristiques représentées par les lignes de Mach.

2.3. En termes de Mach, les profils représentant l'axe central et la paroi pour les deux méthodes ont été aussi comparés.

Les évolutions sont concordantes, dans un premier temps, mais montrent une disparité de l'ordre de 20% en aval. Les résultats obtenus par l'approche des caractéristiques montrant le caractère réel de la détente, la disparité devrait probablement incomber aux résultats obtenus par l'approche des volumes finis. Des simulations supplémentaires s'intéressant aux paramètres traitant la détente près de la paroi solide devraient être réalisées, ou encore en raffinant le maillage particulièrement aux Mach importants.

Finalement, il peut être affirmé que la conception de tuyères supersoniques reste un domaine assez vaste intégrant des possibilités de recherches importantes, l'amélioration de la manœuvrabilité et l'obtention d'une meilleure poussée à différentes altitudes grâce à des conceptions avancées des profils de tuyère en sont quelques exemples. La présente étude a permis à l'auteur de se familiariser au domaine des écoulements supersoniques ainsi que les logiciels de simulation qui demandent plus de travail pour une meilleure maîtrise.

REFERENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Benhamouda, R. (2008) "Notions de mécanique des fluides", Office des Publications Universitaire, Tunisie. ISBN : 978-9973-37-494-3.
- [2] Çengel, Y.A. et Cimbala, J.M. (2010) "Fluid Mechanics - Fundamentals and Applications", 2d Ed., McGraw-Hill co. inc.
- [3] Zinsalo, J.M. (2013) "Mécaniques des Fluides pour Ingénieurs", Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi, Bénin.
- [4] Bentalha C. et Habi, M (2017) "Mécaniques des Fluides, cours et exercices corrigés", Université Abou Bakr Belkaid, Tlemcen, Algérie.
- [5] Newton, I. (1687) 'Philosophiae naturalis principia mathematica', (Newton's personally annotated 1st Edition), Londini, Jussu Societatis Regiae ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas.
- [6] Koyré, A., Cohen, C.I et Whitman, A., (1972) 'In Latin Isaac Newton's Philosophiae Naturalis Principia Mathematica: the 3rd Edition - 1726' with variant readings, Cambridge, MA, Harvard UP.
- [7] Anderson, D., Tannehill, J.C. et Pletcher, R.H., (2016), 'Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer', 3rd Edition, CRC Press, Taylor & Francis Group, New York, usa.
- [8] Schlichting, H., (1979) 'Boundary Layer Theory', 7th Edition, Mc-Graw-Hill, New York, usa.
- [9] Van der Waals, J. D., (1967), 'The equation of state for gases and liquids: Nobel Lecture', December 12, 1910 Nobel Lectures, Physics 1901–1921. Amsterdam: Elsevier Publishing Company.
- [10] Silbey, R.J., Alberty, R.A. et Bawendi, M.G., (2004), 'Physical Chemistry', 4th ed., Wiley. ISBN 978-0471215042.
- [11] Sutherland, W., (1893), 'The viscosity of gases and molecular force' , Philosophical Magazine Series 5, 36:223, 507-531, DOI: 10.1080/14786449308620508
- [12] Hirschfelder, J.O., Curtiss, C.F. et Bird, R.B., (1966), 'Molecular Theory of Gases and Liquids', John Wiley and sons. ISBN 978-0-471-40065-3.
- [13] Reynolds, O. (1883), 'An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels', Phil. Trans. R. Soc. London, A 174, pp. 935-982.

- [14] Reynolds, O., (1895), 'On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion', *Phil. Trans. R. Soc., London, A* 186, pp. 123-164.
- [15] Kronecker, L., (1895), 'Leopold Kronecker's Werke. Bände I–V (Oeuvres de Léopold Kronecker. Volumes I-V, 1968), Chelsea Publishing co., New York, ISBN 978-0-8284-0224-8, MR 0237286.
- [16] Boussinesq, J., (1877), 'Essai sur la théorie des eaux courantes', *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences*, XXIII, 1, pp. 1-680.
- [17] Prandtl, L. (1926), 'Über die ausgebildete Turbulenz', *Proc. 2nd Int. Congress Appl. Mech., Zürich*.
- [18] Durbin, P.A., (2018) 'Turbulence closure models for computational fluid dynamics', Iowa state university, Digital Repository, Aerospace Engineering Publications.
- [19] Donaldson, C.D. et Rosenbaum, H., (1968) 'Calculation of the through closure of the Reynolds equations by invariant mode', *Aeronaut. Res. Assoc., Princeton, New Jersey, usa*.
- [20] Davidson, L., (2003) 'An introduction to turbulence models', Department of Thermo- and Fluid Dynamics, Chalmers university of technology, <http://www.tfd.chalmers.se/~lada>.
- [21] McDonough J. M., (2007), 'Introductory lectures on turbulence', Department of Mechanical Engineering and Mathematics, University of Kentucky, usa.
- [22] Clausius, R. (1865), 'The Mechanical Theory of Heat with its Applications to the Steam Engine and to Physical Properties of Bodies'. John Van-Voorst, London, 1 Paternoster Row. MDCCCLXVII.
- [23] Çengel, Y., Boles, M. et Kanoglu, M., (2019) 'Thermodynamics: An Engineering Approach', Mc Graw Hill Education, 9th edition, ISBN-13: 978-1259822674.
- [24] Moran, M.J., Shapiro, H.N., Boettner, D.O. et Bailey, M.B., (2014), 'Fundamentals of Engineering Thermodynamics', Wiley, 8th edition, ISBN 978-1-118-41293-0, ISBN 978-1-118-82044-5.
- [25] Crowe, C.T., Elger, D.F., Williams, B.C. et Roberson J.A., (2008), 'Engineering Fluid Mechanics', 9th Ed., John Wiley & sons inc.
- [26] <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/normal.html>
- [27] <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/oblique.html>
- [28] Anderson, J. D. (2003), 'Modern Compressible Flow with Historical Perspective', 3rd ed. New York: McGraw-Hill.
- [29] Rao, G.V.R., (1961), 'Recent Developments in Rocket Nozzle Configurations', *ARS Journal*, pp. 1488-1494.
- [30] Hagemann, G., Immich, H., Van Nguyen, T. et Dumnov, G.E., (1998), 'Advanced Rocket Nozzles'. *J. of Propulsion and Power*, vol. 14, No 5, pp. 620-634.

- [31] O'Leary, R.A. et Beck, J. E., (1992), 'Nozzle Design Threshold', Pratt & Whitney Rocketdyne, archived from the original (2010).
- [32] Schomberg, K., Olsen, J. et Doig, G., (2015), 'Analysis of a Low-Angle Annular Expander Nozzle', Shock and Vibration, vol. 2015, Article ID 675861, pp. 1-8, <http://dx.doi.org/10.1155/2015/675861>.
- [33] Schorr, C., (1970), 'Constant Chamber Pressure Throttling of an Expansion-Deflection Nozzle', Journal of Spacecraft and Rockets, vol.7 no.7 pp. 843-847.
- [34] Goetz, A., Hagemann, G., Kretschmer, J. et Schwane, R., (1995), 'Advanced Upper Stage Propulsion Concept-The Expansion-Deflection Upper Stage', 31st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, July 10–12, San Diego CA.
- [35] Mahfoudi, A. (2014), 'Contribution à l'étude des profils de tuyère en écoulements supersonique visqueux par la méthode des volumes finis', U. de Constantine, Algérie.
- [36] RAO, G. V. R. (1957), 'Exhaust nozzle contour for optimum thrust'. ARS Semi-Annual Meeting, June 10-13, San-Francisco, Calif.
- [37] Marty, D., (1994), 'Systèmes spatiaux: conception et technologie', Editions Masson, ISBN 2-225-84460-7.
- [38] Haddad, A. (2000), 'Aérodynamique interne des prises d'air et tuyères supersoniques', I. d'Aéronautique et d'Etudes Spatiales, U. de Blida, Algérie.
- [39] Sutton, G.P. et Biblarz, O., (2001-Reprinted 2013), 'Rocket Propulsion Elements', 7th Ed., Wiley India Pvt. Ltd. ISBN: 978-81-265-2577-5
- [40] Fluent Inc. (2004), 'Gambit 2.2 Tutorial Guide', <https://www.slideshare.net/ShivaUppu/gambit-22tutorials>
- [41] Ansys Inc. (2011), Ansys Fluent Tutorial Guide', http://ansys.fem.ir/ansys_fluent_tutorial.pdf
- [42] Hamitouche, T. et Djebbar, O., (2014), 'Développement d'une méthode de conception de profil de tuyère double galbe (dual-bell nozzles)'. Master en Aéronautique, Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales, Université de Blida, Algérie.
- [43] Uyeki, D.Y.K. (2018), 'A Design Method for a Supersonic Axisymmetric Nozzle for Use in Wind Tunnel Facilities', MSc in Aerospace Engg, Dept of Aerospace Engg, Dan José University.



LAIB, M. ; M2, Université 8 Mai 1945 Guelma, 2019-2020.

Titre: 'Approches par caractéristiques et volumes finis de l'écoulement au sein de tuyères C-D de Laval-Application à une tuyère cloche à simple galbe'

ملخص:

تُستخدم الفوهات كلاً من درجة حرارة وضغط السكون المتولدين في غرفة الإحتراق لخلق قوة دفع من خلال تسارع غازات الإحتراق إلى سرعة تفوق سرعة الصوت. لا تزال الفوهة المخروطية الشكل (على شكل جرس) التي تم تبنيها في الدراسة الحالية هي الأكثر استخداماً لفوهات الصواريخ لأنها تُقدم مزايا متعددة من حيث الطول (وكذا الوزن) وأقل تعقيداً بنظيراتها الحلقيّة.

تعتمد الطريقة العددية المُطبقة في التصميم على طريقة الخصائص حيث الإهتمام بالخصائص الديناميكية الحرارية، وخاصة الضغط ورقم الماخ. ولقد تم مقارنة شكل الفوهة المثالية المُصمم ومعلومات أدائها بالنتائج التي تم الحصول عليها من خلال تطبيق مائل تم إجراؤه بمهد الطيران (IAES) بجامعة البليدة 1.

كما تم بتر الفوهة المثالية وتمت مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها من تطبيق طريقة الخصائص والتي تم تحقيقها بواسطة محاكاة عددية باستخدام (Gambit 2.4.6-Fluent 6.3.26). وقد تم التوصل إلى توافق وتشابه جيدين بين مكونات الدراسة المتعددة الأنفة الذكر.

Résumé:

Les tuyères de propulsion utilisent à la fois la température et la pression de stagnation générées dans la chambre de combustion pour engendrer une poussée en accélérant les gaz de combustion qui peuvent atteindre une vitesse supersonique élevée. La tuyère contour adoptée dans la présente étude est encore la géométrie couramment utilisée pour tuyères de moteurs-rockets. Elle offre en effet non seulement des avantages significatifs en termes de longueur (et donc de masse) et de performances par rapport à la géométrie conique, mais est aussi beaucoup moins complexe que ses homologues annulaires.

L'approche numérique appliquée pour la conception est basée sur la méthode des caractéristiques. L'intérêt s'est porté sur l'évolution des paramètres thermodynamiques, principalement la pression et le nombre de Mach. Le profil conçu ainsi que les paramètres de performance de la tuyère idéale sont comparés à ceux obtenus par une application similaire réalisée à l'IAES de l'Université de Blida 1.

Un profil tronqué est généré et les résultats de la méthode des caractéristiques sont comparés cette fois à ceux obtenus par une simulation numérique réalisée par Gambit 2.4.6-Fluent 6.3.26. Une bonne concordance et une bonne similitude ont été obtenues entre les différentes composantes de l'étude.

Abstract:

Nozzles use both the stagnation temperature and pressure generated in the combustion chamber to create thrust by accelerating the combustion gases to a high supersonic velocity. The bell type geometry nozzle adopted in the present study is still the most commonly used shape for rocket nozzles as it not only offers significant advantages in terms of size and performance over the conical nozzle but also reduces complexity compared to its annular counterparts.

The numerical method applied for the design is based on the method of characteristics, and interest was turned towards the thermodynamic-parameters evolution, mainly pressure and Mach number. The designed profile along with the performance parameters of the ideal nozzle are compared to those obtained by a similar application performed at the IAES of Blida University 1.

A truncated profile is generated, and the method of characteristics results were compared to those achieved by a numerical simulation with 'Gambit 2.4.6-Fluent 6.3.26'. Good agreement and similarity were achieved between the several components of the study.